

VARIABLES INFLUYENTES EN EL DESEMPEÑO ACADÉMICO DEL ÁLGEBRA EN ESTUDIANTES DE SECUNDARIA: UNA REVISIÓN SISTEMÁTICA

Alberto Rolando Pantoja-Agreda*

 <https://orcid.org/0009-0000-7681-1924>

Ana Lucía Solarte-Portilla**

 <https://orcid.org/0000-0001-7898-9697>

Harvey Mauricio Herrera-López***

 <https://orcid.org/0000-0002-0292-2688>

RECIBIDO: 05/06/2025 / ACEPTADO: 18/08/2025 / PUBLICADO: 15/09/2025

Cómo citar: Pantoja-Agreda, A., Solarte-Portilla, A., Herrera-López, H. (2025). Variables influyentes en el desempeño académico del álgebra en estudiantes de secundaria: una revisión sistemática. *Telos: Revista de Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales*, 27(3), 993-1002. www.doi.org/10.36390/telos273.19

RESUMEN

El desempeño académico en álgebra en estudiantes de secundaria constituye un tema de gran relevancia y actualidad a nivel internacional, lo que ha motivado a la comunidad académica a indagar sobre las variables que influyen en este proceso con el fin de proponer prácticas pedagógicas más eficaces. El presente artículo tiene como propósito analizar la producción bibliográfica relacionada con las variables que influyen en el aprendizaje y rendimiento del álgebra en la educación básica secundaria. La investigación es de tipo documental y se desarrolló bajo las orientaciones metodológicas de la guía PRISMA-P, lo que facilitó un proceso sistemático de búsqueda, selección y análisis. A partir de la revisión en bases de datos reconocidas como SciELO, ERIC, Academy Edu y Scopus, se identificaron 103 documentos, de los cuales se seleccionaron 51 para el estudio detallado. Los hallazgos permiten distinguir tanto variables internas como externas. Entre las internas se destaca la falta de consolidación temprana del pensamiento algebraico, el escaso desarrollo del lenguaje y razonamiento algebraico, así como la complejidad inherente de esta rama de las matemáticas. También se resalta la necesidad de fortalecer la formación docente mediante el modelo Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTSK) y la implementación de metodologías innovadoras que integren el uso pertinente de las TIC y estrategias de argumentación matemática. Por otra parte, entre las variables externas se identifican la infraestructura escolar, el acompañamiento familiar, las políticas educativas y la interacción social. En conjunto, estas variables ejercen una influencia significativa en el rendimiento académico de los estudiantes en álgebra.

Palabras clave: Pensamiento algebraico, revisión sistemática, enseñanza de las matemáticas, desempeño académico.

Influential variables in the academic performance of secondary school students in algebra: a systematic review

ABSTRACT

The study of academic achievement in algebra among secondary school students has become a pressing and globally relevant topic, encouraging scholars to explore the variables that shape this learning process and to propose more effective teaching approaches. The present work aims to examine the body of literature addressing factors that influence both learning and performance in algebra within lower secondary education. This research adopts a documentary design and follows the methodological guidelines of the PRISMA-P protocol, enabling a systematic process of searching, selecting, and analyzing sources. From databases such as SciELO, ERIC, Academy Edu, and Scopus, 103 documents were initially identified, of which 51 were selected for in-depth review. The findings reveal both internal and external variables. Internally, the limited early development of algebraic thinking, insufficient progress in algebraic language and reasoning, and the inherent complexity of algebra are highlighted. Teacher preparation also emerges as a key element, with emphasis on strengthening training through the Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTSK) framework and adopting innovative pedagogical approaches that integrate information and communication technologies alongside strategies for mathematical reasoning. On the external side, factors such as school infrastructure, family support, educational policies, and social interactions are identified as influential. Collectively, these variables exert a significant impact on students' academic performance in algebra.

Keywords: Algebraic thinking, systematic review, mathematics teaching, academic performance.

Introducción

Los hallazgos recientes sobre la transición del pensamiento concreto al algebraico resaltan que este no se limita al uso de símbolos literales, sino que implica reconocer y generalizar patrones aritméticos hacia estructuras algebraicas, siendo estas un componente esencial para el desarrollo del razonamiento algebraico (Torres et al., 2023). Este enfoque ha impulsado estudios que profundizan en las dificultades que enfrentan los estudiantes de educación básica secundaria durante dicho proceso de transición.

* Magister en Pedagogía y Doctorando en Pedagogía, Universidad Mariana, Pasto (Colombia). alropantoja223@umariana.edu.co

** Magister en Medicina, Sanidad y Mejora; Doctora en Biociencias y CA, Universidad de Córdoba (España). Profesora Tiempo Completo Universidad Mariana, Pasto (Colombia). asolarte@umariana.edu.co

*** Autor de correspondencia. Magister en Educación, Universidad de Nariño (Colombia); Doctor en Ciencias Sociales y Jurídicas, Universidad de Córdoba (España). Profesor Titular Universidad de Nariño, Pasto (Colombia). mherrera@udenar.edu.co

En cuanto al desempeño académico en pensamiento algebraico, Schmidt (2006) subraya que los grados octavo y noveno constituyen un periodo clave en Colombia, pues concentran los fundamentos del álgebra estipulados en los estándares de competencia. En este ciclo los estudiantes pasan de trabajar con operaciones numéricas a manipular expresiones con letras y variables, un cambio que cimienta el cálculo requerido en la educación media. Por su parte, el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006) plantea cinco formas de pensamiento matemático —numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional—. Este último se vincula de manera directa con el razonamiento algebraico y representa un eje central para la consolidación gradual de competencias matemáticas en la educación básica y media.

En el ámbito internacional, Colombia mantiene resultados en matemáticas por debajo del promedio de la OCDE; en PISA no ha logrado superar la brecha histórica desde 2006, situándose bajo los 390 puntos (OCDE, 2022). A nivel nacional, la Fundación para la Excelencia Educativa (FEEXE, 2021), analizó los puntajes promedio en matemáticas entre los años 2016 y 2021, encontrando desempeños académicos no satisfactorios en matemáticas hasta del 52.1 %. A nivel regional, en el año 2022, la zona Pacífica de Colombia, se encuentra con el 77 % de desempeño académico no satisfactorio en matemáticas, únicamente por encima de la región caribe (ICFES, 2022).

A nivel local, en la ciudad de Pasto-Colombia, la tabla 1 muestra, de acuerdo con la base de datos DATAICFES (ICFES, 2022), el porcentaje de nivel satisfactorio de desempeño académico para el área de matemáticas, en el ciclo octavo-noveno de básica secundaria, en las Instituciones Educativas Municipales (IEM), de mayor cobertura de la ciudad de Pasto, entre los años 2014 y 2017, los cuales no superan el 62 % de satisfacción.

Tabla 1.

Porcentaje de nivel satisfactorio de desempeño académico en matemáticas, en el ciclo octavo-noveno de básica secundaria, en las IEM de mayor cobertura de Pasto-Colombia.

IEM	Año			
	2014	2015	2016	2017
CIUDAD DE PASTO	59	59	57	62
GORETI	44	59	47	48
INEM	39	28	41	37
ITSIM	48	30	51	30
LIBERTAD	39	43	29	39
NORMAL DE PASTO	58	49	48	41

Fuente: Elaboración a partir de la base de datos DATAICFES (ICFES, 2022).

Tabla 2.

Porcentaje de nivel bajo de desempeño académico en el pensamiento algebraico, del grado octavo de básica secundaria, en las IEM de mayor cobertura de Pasto-Colombia.

IEM	Año	
	2021	2022
CIUDAD DE PASTO	33	46
GORETI	38	52
INEM	33	54
ITSIM	39	46
LIBERTAD	---	55
NORMAL DE PASTO	41	45

Fuente: Elaboración a partir de la base de datos DATAICFES (ICFES, 2022); el colegio Libertad no participó en el año 2021.

La tabla 2 muestra, por otro lado, los porcentajes de nivel bajo de desempeño académico, específicamente en el pensamiento algebraico, para el grado octavo de básica secundaria, de las IEM de mayor cobertura en Pasto - Colombia, los cuales llegan hasta un 55 %. En el marco de este panorama, el presente artículo se ha propuesto proporcionar una visión analítica y útil, tanto a investigadores y educadores interesados, sobre las variables que pueden estar influyendo en el desempeño académico del álgebra, como componente esencial de las matemáticas.

Así mismo, el presente estudio podría develar algunas claves para el mejoramiento de las prácticas pedagógicas, aportando a disminuir los niveles de bajo desempeño académico en esta disciplina, en las IEM de mayor cobertura de Pasto - Colombia, reflejados en los puntajes del área de matemáticas en los últimos años.

Fundamentos de pensamiento algebraico

El álgebra escolar se concibe como un sistema de pensamiento que trasciende los procedimientos mecánicos, al emplear símbolos para representar lo indeterminado, establecer relaciones y promover tanto el razonamiento estructural como el funcional (NCTM, 2000). La conexión entre pensamiento algebraico y pensamiento variacional resulta fundamental, ya que brinda el lenguaje y las herramientas necesarias para comprender fenómenos de cambio y las relaciones que de ellos se derivan (Cantoral, 2004).

Burgos et al. (2024) presentan un modelo ampliado de subniveles de algebrización, sustentado en el enfoque onto-semiótico, que describe la evolución del razonamiento algebraico desde los primeros grados hasta llegar a la formalización. Dicho modelo organiza cuatro niveles progresivos —prealgebraico, protoalgebraico inicial, protoalgebraico consolidado y algebraico formal—, cada uno con fases específicas que varían de acuerdo con el tipo de generalización, la utilización del lenguaje, la naturaleza del razonamiento estructural y el nivel funcional alcanzado. Su propósito es guiar la enseñanza mediante tareas que se ajusten al momento de desarrollo de cada estudiante.

La perspectiva del early algebra subraya que la generalización constituye la base del pensamiento algebraico, pues permite

identificar y extender patrones antes del empleo formal de símbolos (Kaput, 2008). En esta misma línea, Brizuela (2024) demuestra que niños de entre 5 y 8 años son capaces de trabajar con notación y representar lo indeterminado, destacando que la enseñanza temprana del álgebra no implica adelantar contenidos de niveles superiores, sino adoptar enfoques distintos que fortalezcan los cimientos del razonamiento algebraico.

El modelo MTSK, por su parte, estructura el conocimiento del profesorado en dos grandes dimensiones: el Conocimiento Matemático (MK) y el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK). El MK integra tres componentes: el KoT (Knowledge of Topics), que se refiere al dominio profundo de los contenidos; el KSM (Knowledge of the Structure of Mathematics), que alude a las conexiones internas entre conceptos; y el KPM (Knowledge of Practices in Mathematics), que implica la gestión de la práctica matemática. Por su parte, el PCK se conforma por: el KFLM (Knowledge of Features of Learning Mathematics), que aborda cómo aprenden los estudiantes y las dificultades que enfrentan; el KMT (Knowledge of Mathematics Teaching), relacionado con estrategias de enseñanza; y el KMLS (Knowledge of Mathematics Learning Standards), que incluye conocimiento sobre currículos, estándares y secuencias de aprendizaje por nivel (Juárez-Ruiz et al., 2025).

Metodología

La presente investigación se desarrolla bajo un enfoque documental con alcance descriptivo y apoyo bibliométrico, basado en la metodología PRISMA-P descrita por Moher et al. (2015). Este modelo organiza las revisiones sistemáticas en cinco fases sucesivas: identificación, tamización, selección, inclusión y análisis. Tal estructura favorece la organización rigurosa de la información y la localización de publicaciones académicas pertinentes.

El uso de PRISMA-P se consideró esencial, ya que posibilita una depuración cuidadosa de materiales pertinentes al objeto de estudio. De esta forma, se optimiza la búsqueda en repositorios y bases de datos, se consolida la información desde etapas iniciales y se asegura un examen documental sólido. Para sistematizar los hallazgos se elaboró una matriz en Excel compuesta por 12 categorías, ajustadas a las directrices de PRISMA-P, que incluyeron elementos como autor, año de publicación, título, fuente, enfoque metodológico y resultados principales (Portilla et al., 2024).

En la primera etapa se inició la revisión sistemática enfocada en documentos que reporten estudios sobre factores que influyen en el desempeño académico en álgebra. Se emplearon descriptores como pensamiento algebraico, revisión sistemática, enseñanza de las matemáticas y desempeño académico. La búsqueda se hizo en cuatro bases de datos de relevancia internacional (SciELO, Scopus, ERIC y Academia.edu), entre diciembre de 2023 y mayo de 2024, lo que permitió recopilar información significativa para el posterior análisis de variables.

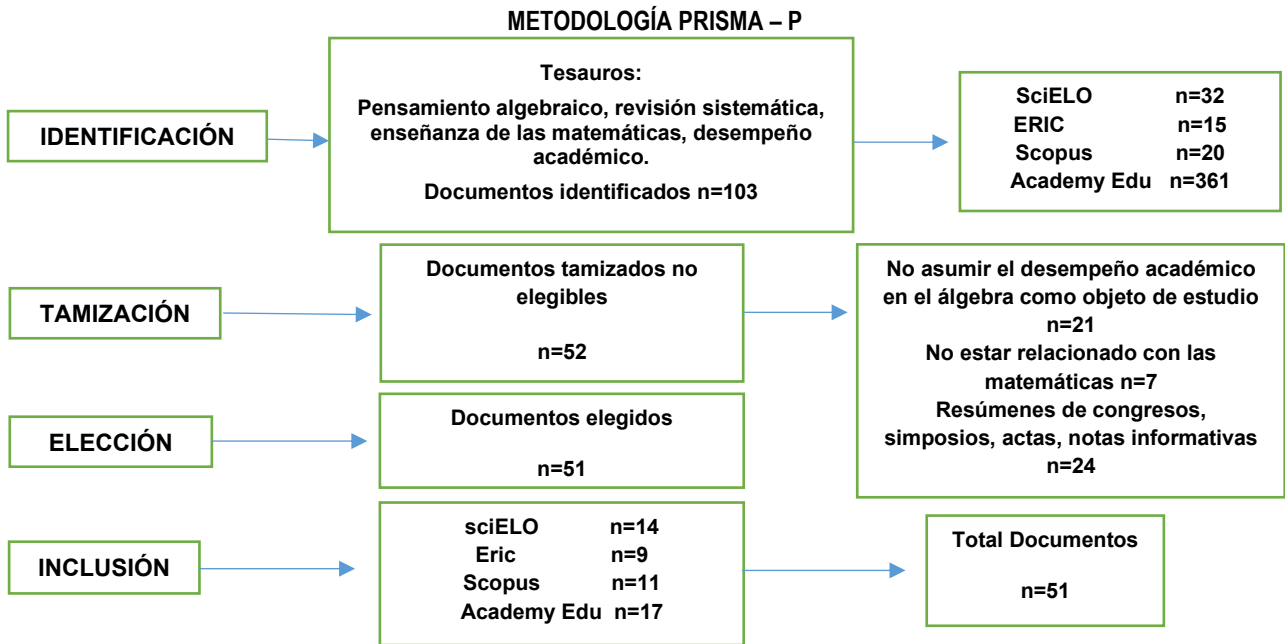


Figura 1

Diagrama de flujo de la revisión documental.

Durante la fase de tamización se aplicaron criterios de inclusión: documentos en inglés o español que estudiaran variables vinculadas al rendimiento en álgebra, publicados entre 2014 y 2024; se focalizaron artículos científicos, trabajos de maestría y tesis doctorales. Se excluyeron fuentes como resúmenes de congresos, simposios, cartas, noticias y actas. Este proceso redujo la muestra a un conjunto de publicaciones ajustadas a los objetivos (Portilla et al., 2024). En total, se identificaron 103 trabajos, de los cuales 52 fueron descartados por incumplir los criterios, quedando un corpus de 51 documentos: SciELO (14 de 32), ERIC (9 de 15), Scopus (11 de 20) y Academia.edu (17 de 36), los cuales fueron revisados de manera detallada.

Resultados

La revisión permitió ubicar 32 estudios internacionales sobre pensamiento algebraico, con España como principal referente (10 estudios), seguida de México (5) y Chile (4). Otros países, entre ellos Venezuela, Canadá y Argentina, registraron menos de cuatro

aportes cada uno. En Colombia se hallaron 19 estudios distribuidos en diferentes ciudades, aunque en la ciudad de Pasto no se reportaron investigaciones recientes.

Los estudios analizados señalan diversos factores asociados al bajo desempeño en matemáticas, entre ellos la disciplina, la labor del profesorado, las particularidades individuales de los estudiantes y las estrategias de evaluación (Minte-Münzenmayer et al., 2020). Investigaciones previas (Sepúlveda et al., 2016) coinciden en señalar condiciones escolares que afectan el aprendizaje algebraico. A su vez, Obreque et al. (2017) destacan la visión negativa que muchos estudiantes tienen frente a las matemáticas, mientras que Díaz-Castellar (2022) subraya el valor de los conocimientos previos y de las estrategias metacognitivas.

En la tabla 3 se presentan los aportes de Cortés-Tunjano & Toro-Urbe (2024), Ramos-Palacios et al. (2021) y Vergel et al. (2022), quienes evidencian la falta de consenso sobre la naturaleza del álgebra y la necesidad de profundizar en su impacto en el razonamiento algebraico. Igualmente, Muñoz-Catalán et al. (2022) resaltan la importancia del conocimiento epistemológico docente y del modelo MTSK, que integra competencias matemáticas y pedagógicas para favorecer una enseñanza de calidad.

El trabajo de Muñoz-Catalán et al. (2022) se complementa con el de Delgado-Rebolledo & Espinoza-Vázquez (2019), quienes también examinan el modelo MTSK y subrayan que la competencia docente no se limita al dominio de los contenidos, sino que requiere articularlos de forma efectiva. En la misma línea, Hernández Suárez et al. (2020) y Vergel et al. (2023) coinciden en que comprender la naturaleza de las matemáticas y de su enseñanza es clave para fortalecer la práctica pedagógica. En conjunto, estas investigaciones reconocen al MTSK como un referente útil para la formación del profesorado y la mejora del aprendizaje matemático.

Tabla 3.
Estudios sobre la naturaleza del álgebra

Autores	Conclusiones	Nombre de la revista	Ciudad / País
Cortés-Tunjano & Toro-Urbe (2024)	Los procesos de generalización son la principal característica de este campo.	<i>Pedagogía y saberes</i>	Bogotá/Colombia
Delgado-Rebolledo & Espinoza-Vázquez (2019)	Es determinante el conocimiento del profesor de matemáticas sobre la demostración y sus roles en la enseñanza de las matemáticas.	<i>Investigación en Educación Matemática</i>	España
Muñoz-Catalán et al. (2022)	Los profesores deben tener bases epistemológicas sobre la naturaleza pre-matemática. El modelo MTSK es clave para la etapa infantil.	<i>Estudio de la Educación y el Desarrollo</i>	España
Ramos-Palacios et al. (2021)	Existen errores en el aprendizaje del álgebra, relacionados con el papel del docente, la naturaleza de las matemáticas y del álgebra y su simbolismo.	<i>Educación Matemática</i>	Honduras
Vergel et al. (2022)	La naturaleza del álgebra y el desarrollo del pensamiento algebraico desde los primeros niveles educativos.	<i>Educación matemática</i>	Bogotá/Colombia

Fuente: Elaboración a partir de los aportes de los autores mencionados en la tabla.

Dentro de este marco, varios estudios documentan experiencias didácticas innovadoras que integran conocimiento matemático y pedagógico. Godino, Batanero y Font (2007) y Juárez-Ruiz et al. (2025) destacan el uso del modelado reflexivo con video, estrategia que activa los subdominios KoT, KFLM y KMT. Alsina & Salgado (2022) aportan estrategias en educación primaria, fortaleciendo KPM, KMT y KSM. Flores-Medrano et al. (2014) y Godino et al. (2014) muestran que responder preguntas de los estudiantes moviliza simultáneamente KoT, KSM, KPM y KFLM. Carrillo-Yáñez et al. (2018) sugieren la observación estructurada con guías MTSK, lo cual vincula KSM, KMT y KMLS. A su vez, Arenales et al. (2021) plantean la gamificación de secuencias variacionales, estrategia que activa KMT, KFLM y KSM.

En la tabla 4 aparece el trabajo de Cervantes-Reyes (2017) quienes desarrollan la noción de Pensamiento y Lenguaje Algebraico (PLA), aportando lineamientos para su enseñanza. Además, Godino et al. (2014) formulan cuatro niveles de razonamiento algebraico, que van desde el uso inicial de símbolos hasta la modelización de situaciones, ofreciendo así una guía para adaptar la enseñanza al nivel de comprensión de los estudiantes.

Tabla 4.
Estudios sobre los niveles de lenguaje y razonamiento algebraicos

Autores	Título del documento	Nombre de la revista o editorial clasificación	Ciudad/país
Castro-G (2014)	Propuestas para el desarrollo del Razonamiento algebraico elemental	<i>Revista científica</i>	Medellín /Colombia
Cervantes-Reyes (2017)	Desarrollo del pensamiento y lenguaje algebraico.	<i>Investigación en Matemática Educativa</i>	México
Godino et al. (2014)	Reconocimiento de niveles de razonamiento algebraico en primaria y secundaria.	<i>Funes</i>	España

Fuente: Elaboración a partir de los aportes de los autores mencionados en la tabla.

Castro-G (2014) propone una estrategia didáctica para introducir el razonamiento algebraico elemental mediante los “niveles de algebrización” (0 a 3), con el fin de consolidar el aprendizaje del álgebra desde etapas iniciales y favorecer una base sólida para la comprensión matemática. Este planteamiento, junto con otros estudios, enfatiza la importancia de trabajar el lenguaje y el razonamiento algebraico desde los primeros años escolares.

En la tabla 5 se recogen investigaciones sobre la transición del pensamiento numérico al variacional. Torres et al. (2023) destacan el paso de la generalización aritmética a la algebraica e introducen el pensamiento funcional como sustento epistemológico, ofreciendo orientaciones útiles para los docentes en procesos de algebrización. A su vez, Martínez-López & Gualdrón-Pinto (2018) evidencian cómo el uso de TIC y manipuladores virtuales, potencian el pensamiento variacional, mientras que Cortés et al. (2016) resaltan la relevancia de los Espacios de Trabajo Matemático para integrar visualización, producción y validación en el desarrollo aritmético-algebraico.

Tabla 5

Estudios sobre la transferencia del pensamiento matemático numérico al variacional

Autores	Objetos de estudio	Revista	Ciudad/País
Contreras-Jaimes et al. (2020)	El desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación básica primaria.	<i>Eco Matemático</i>	Santander / Colombia
Cortés et al. (2016)	Lo epistemológico vs lo cognitivo en procesos de visualización, producción y procesos de validación aritmético-algebraicos	<i>Bolema: Boletín de Educación Matemática</i>	Brasil
Mariño & Hernández (2021)	Caracterización del pensamiento variacional desde la resolución de problemas y la teoría fundamentada	<i>Boletín Redipe</i>	Cúcuta/ Colombia
Martínez-López & Gualdrón-Pinto (2018)	Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC.	<i>Investigación, Desarrollo e Innovación</i>	Cúcuta /Colombia
Arenales et al. (2021)	Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de la gamificación y la teoría de la objetivación	<i>Revista Boletín Redipe</i>	Bucaramanga / Colombia
Torres et al. (2023)	Intervenciones para la transición de la Generalización Aritmética a la Algebraica	<i>Internacional de Educación en Ciencias y Matemáticas</i>	España

Fuente: Elaboración a partir de los aportes de los autores mencionados en la tabla.

Mariño & Hernández (2021) conciben el pensamiento variacional como un proceso de transformar, formalizar, generalizar y probar. Arenales et al. (2021) et al. (2021) incorporan la gamificación y la teoría de la objetivación para trabajar patrones con números, letras y figuras, aunque persisten limitaciones en la formalización algebraica. Contreras-Jaimes et al. (2020) evidencian que puede promoverse desde primaria mediante proyectos transversales vinculados al entorno.

Tabla 6

Estudios sobre las metodologías de aprendizaje del algebra

Autores	Título del documento	Nombre de la revista	Ciudad / País
Serna Agudelo et al. (2021)	Estrategias de enseñanza de las expresiones algebraicas en educación secundaria.	<i>Revista Uni-pluriversidad</i>	Medellín / Colombia
Burgos & Godino (2019)	Emergency of proto-algebraic reasoning in proportionality tasks of primary school students	<i>Educación Matemática</i>	España
Castro-G (2014)	Propuestas para el desarrollo del razonamiento algebraico elemental.	<i>Revista científica</i>	Medellín / Colombia
Cervantes-Barraza et al. (2019)	Primary School Students' arguments in early algebra context.	<i>Educación y humanismo</i>	Barranquilla / Colombia
Coles & Ahn (2022)	Desarrollar actividad algebraica mediante conjeturas sobre relaciones.	<i>Educación Matemática</i>	Inglaterra
Chimoni et al. (2021)	Tareas instruccionales para el desarrollo del pensamiento algebraico temprano.	<i>El Estudio de la Educación y el Desarrollo</i>	Chipre
Delgado-Rebolledo & Espinoza-Vázquez (2019)	El conocimiento del profesor de matemáticas sobre la demostración y sus roles en la enseñanza de las matemáticas.	<i>Investigación en Educación Matemática</i>	España
Largo (2016)	Imaginarios en el discurso matemático para una teoría de acción cotidiana en la enseñanza de las matemáticas.	<i>Tesis Doctoral</i>	Norte Santander/ Colombia
Obreque et al. (2017)	Percepción de los estudiantes de educación básica sobre la enseñanza de las matemáticas.	<i>Páginas de educación</i>	Chile
Zapata et al. (2018)	El profesor de primaria: una reflexión sobre su papel en la inclusión del álgebra temprana en el currículo escolar.	<i>Revista virtual U. C.N.</i>	Medellín / Colombia
Butto Zarzar et al. (2018)	Procesos de generalización: Una vía de acceso al pensamiento algebraico temprano.	<i>Horizontes pedagógicos</i>	México

Fuente: Elaboración a partir de los aportes de los autores mencionados en la tabla.

En la tabla 6 en el estudio de Delgado-Rebolledo & Espinoza-Vázquez (2019) resaltan la demostración como medio para superar respuestas mecánicas mediante justificación y razonamiento, mientras que Largo (2016) enfatiza la interacción social como construcción colectiva del conocimiento. Serna Agudelo et al. (2021), Pinto Marín et al. (2023) y Obreque et al. (2017) analizan la

enseñanza desde la percepción estudiantil, aportando insumos para la formación docente. Burgos & Godino (2019) y Castro-G (2014) proponen introducir el pensamiento algebraico en primaria con relatos, conjeturas y actividades de generalización. En la tabla 7 el trabajo de Ramos-Palacios et al. (2021) atribuyen las dificultades del álgebra a su carácter abstracto y a la metodología, y Barallobres (2016) a factores contextuales e institucionales. Sepúlveda et al. (2016) evidencian que las dificultades en matemáticas responden a una multiplicidad de factores interrelacionados, lo que demanda un abordaje integral. Por su parte, Aguilar et al. (2015) estudian la incidencia de la discalculia y destacan la necesidad de profundizar en su análisis para determinar su verdadero impacto. En conjunto, estos aportes muestran que los problemas en el aprendizaje matemático y algebraico constituyen un fenómeno complejo que exige investigaciones adicionales y perspectivas multidimensionales orientadas a mejorar el rendimiento académico.

Tabla 7

Estudios sobre las dificultades en el aprendizaje del álgebra

Autores	Título del documento	Nombre de la revista	Ciudad / País
Aguilar et al. (2015)	Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.	<i>Psicología Educación</i>	España
Barallobres (2016)	Diferentes interpretaciones de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.	<i>Educación matemática</i>	Canadá
Ramos-Palacios et al. (2021)	Dificultades en el aprendizaje del álgebra, un estudio con pruebas estandarizadas.	<i>Educación Matemática</i>	Honduras
Sepúlveda et al. (2016)	¿A qué atribuyen los estudiantes de educación básica la dificultad de aprender matemáticas?	<i>Orientación Educacional</i>	Chile

Fuente: Elaboración a partir de los aportes de los autores mencionados en la tabla.

Discusión

Después de esta mirada a las diferentes investigaciones sobre las posibles variables que influyen en el desempeño académico del álgebra en estudiantes de la educación básica secundaria, se pueden resaltar algunos hallazgos muy importantes a tener en cuenta.

Uno de estos hallazgos es el aporte, entre otros, de Muñoz-Catalán et al. (2022) y Delgado-Rebolledo & Espinoza-Vázquez (2019) sobre el modelo MTSK, que trata del conocimiento especializado del profesor de matemáticas necesario para impartir su enseñanza con alta propiedad y método. Aquí se resaltan las "prácticas instructivas novedosas" que ofrecen diferentes autores, como ejemplos para hacer llegar al estudiante el conocimiento en este campo disciplinar del pensamiento algebraico, de esta forma, este enfoque no solo enfatiza la importancia de la pedagogía, sino que también subraya la necesidad de que los docentes comprendan a fondo las características de la naturaleza de las matemáticas, incluyendo su científicidad y epistemología.

La anterior situación representa un reto tanto para los docentes, quienes deben contar con una formación especializada en la enseñanza de las matemáticas, como para las instituciones educativas y las políticas públicas que buscan la cualificación docente continua. Esto es esencial para proporcionar una enseñanza relevante y actualizada a los estudiantes.

Sin embargo, y en contraste, hay algunos estudios como el de Cortés-Tunjano & Toro-Urbe (2024), que señalan que aún falta investigación en el campo de la naturaleza del razonamiento algebraico, lo que implica que existe una falta de consenso entre la comunidad científica, colocando así, sobre la mesa de discusión, la reflexión de que no existe la última palabra sobre el proceso complejo de desarrollar en los estudiantes el razonamiento algebraico, pero sí se han demostrado acercamientos al conocimiento de este campo en la actualidad, reconociendo los aportes descritos.

Otro hallazgo notable en esta revisión bibliográfica, son las investigaciones sobre el desarrollo progresivo y gradual, del pensamiento algebraico desde la educación primaria. Este enfoque, denominado como "álgebra temprana", según autores como Castro-G (2014), entre otros, sugiere que la enseñanza del álgebra, debería comenzar en la escuela primaria de una forma nocional, básica, gradual y cimentando progresivamente los saberes específicos del pensamiento algebraico. Este autor menciona que dicha metodología se puede implementar en el aula, a través de diferentes tareas de razonamiento algebraico elemental, utilizando los niveles de "algebrización".

Lo anterior sugiere que los docentes de básica primaria, tienen la capacidad de iniciar en sus estudiantes, el desarrollo de este desempeño académico en el pensamiento algebraico, así como lo señala también el autor Godino et al. (2014), quien explica que existen 4 niveles de razonamiento algebraico, desde el más bajo, utilizando los símbolos, hasta el más alto, modelando de forma algebraica situaciones del contexto real y cotidiano de los estudiantes.

Adicionalmente, los seis estudios que coinciden con Castro-G (2014), conforme a la tabla 5, subrayan que la transferencia del pensamiento matemático aritmético al variacional no es un proceso súbito; por el contrario, requiere un enfoque lento, continuo y con instrucción especializada desde la temprana edad de los estudiantes. Este tema plantea un gran reto en la enseñanza de las matemáticas, ya que implica cambios y ajustes en el currículo de las instituciones educativas. Estos cambios deben estar apoyados por el MEN y alineados con los lineamientos curriculares de matemáticas, que actualmente contemplan el desarrollo gradual del pensamiento algebraico desde la educación inicial del estudiante.

Otro hallazgo relevante de esta revisión documental, se relaciona con las diferentes estrategias de enseñanza de las matemáticas, las cuales están fundamentadas en diversas teorías, como la demostración y la interacción social. Estas estrategias propuestas por los autores Delgado-Rebolledo & Espinoza-Vázquez (2019) y Largo (2016), brindan alternativas y opciones a los docentes sobre cómo impartir sus enseñanzas mediante procesos experimentales, lo que enriquece la práctica educativa, plasmando la teoría en socializaciones continuas con los estudiantes con casos concretos demostrativos traduciéndose en un aprendizaje significativo para el estudiante.

Otro hallazgo relevante de la revisión es que el desempeño académico en el pensamiento algebraico, no puede ser explicado únicamente por las capacidades individuales del estudiante, sino que resulta de la interacción entre factores externos e intrínsecos.

Entre los factores externos, la literatura resalta la infraestructura escolar, la interacción social, el apoyo familiar y las políticas educativas. Barallobres (2016) ya había señalado la influencia de los contextos institucionales en el aprendizaje del álgebra, lo que coincide con los planteamientos de Sepúlveda et al. (2016), quienes encontraron que las percepciones estudiantiles sobre la dificultad de las matemáticas, se vinculan directamente con la calidad de la enseñanza y los recursos disponibles. Esto confirma que, aun cuando los estudiantes posean potencial cognitivo, un entorno poco favorable puede limitar seriamente sus logros académicos.

En cuanto a las variables intrínsecas, los estudios revisados destacan la naturaleza del álgebra, los niveles de lenguaje y razonamiento algebraico, así como el tránsito del pensamiento numérico al algebraico. Autores como Castro-G (2014) y Godino et al. (2014) han propuesto modelos teóricos —como los niveles de algebrización— que muestran cómo el razonamiento algebraico se construye gradualmente, partiendo de generalizaciones aritméticas simples hasta llegar a formas simbólicas más abstractas. Brizuela (2014) y Radford (2014) también refuerzan esta idea, al evidenciar que el paso del razonamiento aritmético al algebraico representa una de las principales barreras cognitivas en la educación básica, lo que demanda de los docentes estrategias específicas que faciliten este proceso.

La diversidad de factores identificados plantea un desafío: mientras unos autores ponen mayor énfasis en los condicionantes externos (Barallobres, 2016), otros destacan las limitaciones internas del razonamiento algebraico (Castro-G, 2014; Radford, 2014). Esta falta de consenso no debilita la discusión, sino que la enriquece, al evidenciar que el bajo desempeño académico es un fenómeno multicausal y complejo. En este sentido, un aporte central de este estudio es la propuesta de considerar de manera articulada ambos grupos de variables para orientar la práctica pedagógica.

En el caso particular de la ciudad de Pasto, estos hallazgos adquieren mayor relevancia, en cuanto a que la revisión evidenció que en los últimos diez años no se han desarrollado investigaciones locales publicadas sobre pensamiento algebraico, a diferencia de otras ciudades de Colombia como Bogotá, Medellín o Cali, donde se ha avanzado más en este campo. En consecuencia, el presente estudio aporta un valor agregado para la región, puesto que potencializa líneas de investigación inexistentes hasta ahora en la ciudad. De manera concreta, los resultados permitirán a los docentes de matemáticas en Pasto identificar tanto los obstáculos internos en el razonamiento algebraico de los estudiantes, como las limitaciones contextuales propias del entorno escolar local.

Conclusiones

En primer lugar, una de las variables causantes del bajo desempeño académico de los estudiantes de secundaria en el pensamiento algebraico, con mayor relevancia encontrada en esta revisión documental, es la falta de implementación del desarrollo gradual del pensamiento algebraico desde la temprana edad del estudiante en la educación básica primaria.

En segundo lugar, se encuentra la falta de incorporación del modelo MTSK en la continua formación y cualificación docente. Esta es una variable influyente crítica que se complementa con la primera, ya que el análisis documental destaca el fomento del pensamiento algebraico temprano e idealmente acompañado de docentes con un fundamento epistemológico profundo. Otra variable destacada es la implementación de procesos y tareas instruccionales en las prácticas pedagógicas de los docentes, incorporando herramientas didácticas tecnológicas, acompañadas de demostraciones matemáticas que ilustren un aprendizaje significativo.

Entre otras variables influyentes en cuanto al entorno están: la interacción social, la infraestructura escolar, el apoyo familiar y las políticas educativas. En cuanto a variables específicas cognitivas del pensamiento algebraico encontradas están la naturaleza del álgebra, los niveles de lenguaje y razonamiento algebraicos y la transferencia del pensamiento numérico al algebraico.

De allí que, es muy importante diseñar estrategias didácticas que no solo atiendan al desarrollo cognitivo del estudiante, sino que además contemplen las condiciones contextuales que inciden en su aprendizaje. Ignorar cualquiera de estos aspectos puede llevar a un abordaje parcial y poco efectivo. Por tanto, la investigación reafirma que el mejoramiento del desempeño académico en pensamiento algebraico exige un enfoque integral, que vincule lo pedagógico con lo institucional y lo social.

Así, el aporte a la ciudad de Pasto radica en ofrecer evidencia científica que puede orientar la formulación de estrategias pedagógicas contextualizadas, así como incidir en la toma de decisiones educativas de las instituciones y autoridades locales. En otras palabras, esta investigación no solo amplía el panorama académico sobre el pensamiento algebraico, sino que también tiene un potencial transformador para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en la ciudad, donde aún se carece de estudios sistemáticos en este campo.

Recomendaciones y futuras investigaciones

Las nuevas investigaciones sobre este tema de estudio podrían considerar el aumento del número de artículos publicados, incrementando el uso de buscadores y bases de datos para profundizar principalmente en las variables influyentes señaladas, las cuales reflejan tendencias en las últimas investigaciones en este campo.

El impacto de esta revisión documental se traduce en el enriquecimiento del conocimiento en esta disciplina, en particular para la ciudad de Pasto, contribuyendo así a los docentes investigadores y estudiantes de la educación básica secundaria, brindando el conocimiento de estas tendencias y variables influyentes en el campo de la educación de las matemáticas, aportando a la mejora del desempeño académico en el álgebra específicamente, proponiendo posibles futuras líneas de investigación en el desarrollo curricular de la especialidad de matemáticas en las instituciones educativas desde la educación escolar inicial de los estudiantes.

Otra línea de investigación puede implementarse en política educativa pública que impulse la cualificación docente de manera continua, fortaleciendo y actualizando sus competencias y prácticas pedagógicas utilizando las herramientas didácticas tecnológicas de vanguardia.

Declaración de Conflictos de Interés

No declaran conflictos de interés.

Contribución de autores

Autor	Concepto	Curación de datos	Análisis/ Software	Investigación Metodología	Proyecto/ recursos / fondos	Supervisión/ validación	Escritura inicial	Redacción: revisión y edición final
1	X	X	X	X	X		X	X
2		X		X		X	X	X
3				X		X		X

Financiamiento

Ninguno.

Referencias

- Aguilar, M., Aragón, E., & Navarro, J. I. (2015). Las dificultades de aprendizaje de las matemáticas. *Revista de Psicología y Educación*, 10(2), 13–42. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5561201>
- Alsina, Ángel, & Salgado, M. (2022). Iniciando la modelización matemática temprana en Educación Infantil: ¿Cómo razonan y qué hacen los niños de 3 años?. *Edma 0-6: Educación Matemática En La Infancia*, 11(1), 1–38. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2022.1-38>
- Arenales, I. M. P., Delgado, W. A. M., & Pinto, E. G. (2021). Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de la gamificación y la teoría de la objetivación. *Boletín Redipe*, 10(12), 216–229. <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/1581>
- Barallobres, Gustavo (2016). Diferentes interpretaciones de las dificultades de aprendizaje en matemáticas. *Educación Matemática*, 28(1), 39–68. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-80892016000100039
- Brizuela, B. (2024). Una mirada sobre el aprendizaje del álgebra en niños en niveles parvulario y básico desde los sistemas notacionales. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 16(1), 3–11. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v16i1.160>
- Burgos, M., & Godino, J. D. (2019). Emergency of proto-algebraic reasoning in proportionality tasks of primary school students. *Educación Matemática*, 31(3), 117–150. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-80892019000300117
- Burgos, M., Tizón-Escamilla, N., & Godino, J. D. (2024). Modelo expandido para niveles elementales de razonamiento algebraico. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(7), em2475. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14753>
- Butto Zarzar, C. M., Delgado Fernández, J., y Bazán Ramírez, A. (2018). Procesos de generalización: Una vía de acceso al pensamiento algebraico temprano en Educación Básica. *Horizontes pedagógicos*, 20(1), 25–36. <https://doi.org/10.33881/0123-8264.hop.20104>
- Cantor, R. (2004). Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socio epistemológica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 17(1), 1–9.
- Carrillo-Yáñez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Castro-G, W. F. (2014). Razonamiento algebraico elemental: Propuestas para el aula y para la investigación. *Revista Científica*, 19(2), 65–75. <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/revcie/article/view/7696>
- Cervantes-Barraza, J., Valbuena, S., & Paternina, Y. (2019). Primary school students' arguments in early algebra context. *Educación y Humanismo*, 21(37), 120–138. <https://revistas.unisimon.edu.co/index.php/educacion/article/view/3459>
- Cervantes-Reyes, O. A. (2017). Desarrollo del pensamiento y lenguaje algebraico. *Innovación e Investigación en Matemática Educativa*, 4(Esp.), 269–270.
- Coles, A., & Ahn, A. (2022). Desarrollar actividad algebraica mediante conjeturas sobre relaciones. *ZDM – Mathematics Education*, 54(6), 1229–1244. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01420-z>
- Contreras-Jaimes, K. Y., Martínez-Aguilar, J. P., & Prada-Núñez, R. (2020). Intervención pedagógica tendiente a desarrollar el pensamiento variacional en estudiantes de educación básica primaria. *Eco Matemático*, 11(1), 6–19. <https://revistas.ufps.edu.co/index.php/ecomatematico/article/view/3062>
- Cortés, J. C., Hitt, F., & Saboya, M. (2016). Pensamiento aritmético-algebraico a través de un espacio de trabajo matemático en un ambiente de papel, lápiz y tecnología en la escuela secundaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(54), 240–264. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n54a12>
- Cortés-Tunjano, L. O., & Toro-Urbe, J. A. (2024). Álgebra y argumentación: Desafíos para la investigación en educación matemática. *Pedagogía y Saberes*, (60), 192–206. <https://revistas.upn.edu.co/index.php/PYS/article/view/18627>
- Chimoni, M., Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2021). El impacto de dos tipos diferentes de tareas instruccionales en el desarrollo del pensamiento algebraico temprano de los estudiantes. *Infancia y Aprendizaje*, 44(3), 503–552. <https://doi.org/10.1080/02103702.2020.1778280>
- Delgado-Rebolledo, R., & Espinoza-Vázquez, G. (2019). El conocimiento del profesor de matemáticas sobre la demostración y sus roles en la enseñanza de las matemáticas. *Investigación en Educación Matemática*, 23, 253–262. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/el-conocimiento-del-profesor-de-matematicas-sobre-la-demostracion-y-sus-roles-en-la-ensenanza-de-las-matematicas/>
- Díaz-Castellar, A. A. (2022). *Estructura de los saberes previos, estrategias meta cognitivas y transformación semiótica en la resolución de problemas algebraicos* [Tesis doctoral, Universidad UMECIT]. Repositorio UMECIT. <https://repositorio.umecit.edu.pa/handle/001/5392>
- FEXE (2021). *Análisis de resultados Pruebas Saber 11° 2016–2021*. Fundación para la Excelencia Educativa. <https://fundacionexe.org.co/wp-content/uploads/2024/03/Analisis-de-resultados-de-las-pruebas-Saber-11%C2%B0-2016-2021.pdf>

- Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Aguilar-González, Á., & Montes, M. (2014). Un marco para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas: avances y desafíos del modelo MTSK. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(2), 159–178.
- Godino, J. D., Aké, L. P., Gonzato, M., & Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar: Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 32(1), 199–219. <https://ensciencias.uab.cat/article/view/v32-n1-godino-ake-gonzato-et-al>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127–135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Hernández Suárez, César Augusto, Prada Núñez, Raúl, & Gamboa Suárez, Audin Aloiso. (2020). Concepciones epistemológicas de los docentes de matemáticas en educación básica. *Revista Guillermo de Ockham*, 18 (1), 33-44. Publicación electrónica del 8 de enero de 2021. https://www.researchgate.net/publication/342996358_Concepciones_epistemologicas_de_los_docentes_del_area_de_matematicas_en_educacion_basica
- ICFES (2022). *DatalCFES Bases de Datos*. Recuperado en diciembre de 2024 de <https://www.icfes.gov.co/dataicfes>
- ICFES (2022). *Informe nacional de resultados de las pruebas Saber 3º, 5º, 7º y 9º. Aplicación 2022*. https://www.icfes.gov.co/wp-content/uploads/2024/11/Informe_saber_359_06_2022.pdf
- Juárez-Ruiz, E., Flores-Medrano, E., Otero-Valega, K., & Tascón-Cardona, L. (2025). Niveles de complejidad en las conexiones de conocimiento de los profesores de matemáticas: Un enfoque basado en MTSK y los esquemas de Piaget. *Education Sciences*, 15(6), 641. <https://doi.org/10.3390/educsci15060641>
- Kaput, J. J. (2008). What is algebraic reasoning? In D. H. Heck (Ed.), *Understanding algebra* (pp. 15–28). National Council of Teachers of Mathematics.
- Largo, Y. (2016). *Imaginarios en el discurso matemático para una teoría de la acción cotidiana en la enseñanza de las matemáticas* [Tesis doctoral, Institución Educativa La Frontera]. eLibro. <https://elibro.net/es/lc/umariana/titulos/186219>
- Mariño, L. F., & Hernández, R. V. (2021). Caracterizando el pensamiento variacional desde la resolución de problemas y la teoría fundamentada. *Revista Redipe*, 10(4), 226–242. <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/1267>
- Martínez-López, L. G., & Gualdrón-Pinto, E. (2018). Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9(1), 91–102. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/investigacion_duitama/article/view/8156
- MEN (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- MEN (2022). *Pruebas PISA 2022: Colombia, un sistema educativo resiliente que requiere cambios estructurales para mejorar su calidad*. Ministerio de Educación Nacional. <https://www.mineduacion.gov.co/portal/salaprensa/Comunicados/417751-Pruebas-PISA-2022-Colombia-un-sistema-educativo-resiliente-que-requiere-cambios-estructurales-para-mejorar-su-calidad>
- Minte-Münzenmayer, A., Sepúlveda Obreque, A., Díaz-Levicoy, D., & Payahuala Vera, H. (2020). Aprender matemáticas: Dificultades desde la perspectiva de los estudiantes de educación básica y media. *Revista Espacios*, 41(9), 30. <https://www.revistaespacios.com/a20v41n09/a20v41n09p30.pdf>
- Moher, D., Liberati, A., Tetzlaff, J., & Altman, D. G. (2015). Preferred reporting items for systematic reviews and meta-analyses: The PRISMA statement. *PLoS Medicine*, 6(7), e1000097. <https://doi.org/10.1371/journal.pmed.1000097>
- Muñoz-Catalán, M. C., Ramírez-García, M., Joglar-Prieto, N., & Carrillo-Yáñez, J. (2022). Conocimientos especializados de docentes de educación infantil para fomentar el pensamiento algebraico a partir de una tarea de descomposición aditiva. *Infancia y Aprendizaje*, 45(1), 37–80. <https://doi.org/10.1080/02103702.2021.1946640>
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Obreque, A. S., Burgos, C. O., Díaz-Levicoy, D., & Salvatierra, M. O. (2017). Percepción de los estudiantes de educación básica municipalizados sobre la enseñanza de las matemáticas. *Páginas de Educación*, 10(2), 79–95. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/percepcion-de-los-estudiantes-de-educacion-basica-municipalizados-sobre-la-ensenanza-de-la-matematica/>
- OCDE (2022). *Resultados de PISA 2022: Rendimiento en matemáticas, lectura y ciencias*. <https://www.oecd.org/pisa/>
- Pinto Marín, E., Ayala-Altamirano, C., Molina González, M., & Cañadas, M. C. (2023). Desarrollo del pensamiento algebraico a través de la justificación en educación primaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 41(1), 0149-173. <https://ensciencias.uab.cat/article/view/v41-n1-pinto-ayala-molina>
- Portilla, A. L. S., Sánchez, K. A., Díaz, Y. M. A., & López, H. M. H. (2024). Aproximación general a la gestión por procesos en los servicios de salud en Latinoamérica: Una revisión bibliográfica. *Informes Psicológicos*, 24(1), 69–89. <https://revistas.upb.edu.co/index.php/informespsicologicos/article/view/7765>
- Radford, L. (2014). El desarrollo progresivo del pensamiento algebraico incorporado temprano. *Mathematics Education Research Journal*, 26(2), 257–277. <https://link.springer.com/article/10.1007/s13394-013-0087-2>
- Ramos-Palacios, L. A., Guifarro, M. I., & Casas García, L. M. (2021). Dificultades en el aprendizaje del álgebra: Un estudio con pruebas estandarizadas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 35(71), 1016–1033. <https://www.scielo.br/j/bolema/a/88sNp6MXwMR9Zpc9QftYZDH/?format=html&lang=es>
- Schmidt, Q. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas: Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Ministerio de Educación Nacional de Colombia. https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Sepúlveda, A., Opazo, M., Díaz-Levicoy, D., Jara, D., Sáez, D., & Guerrero, D. (2016). ¿A qué atribuyen los estudiantes de educación básica la dificultad de aprender matemáticas? *Revista de Orientación Educacional*, 31(58), 105–119.

- https://www.researchgate.net/publication/315685308_A_que_atribuyen_los_estudiantes_de_Educacion_Basica_la_dificultad_de_aprender_matematica
- Serna Agudelo, T. M., Cardona Cortés, E. I., & Carmona-Mesa, J. A. (2021). Una revisión de literatura sobre estrategias de enseñanza de las expresiones algebraicas en educación secundaria. *Uni-Pluriversidad*, 21(2), 1–13. <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.348601>
- Torres, M. D., Moreno, A., Vergel, R. & Cañadas, M. C. (2023). La evolución del “creo que es más tres” hacia el “creo que es siempre más tres”: Transición de la generalización aritmética a la generalización algebraica. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 22, 971-941. <https://doi.org/10.1007/s10763-023-10414-6>
- Vergel, R., Radford, L., & Rojas, P. J. (2022). Zona conceptual de formas de pensamiento aritmético “sofisticado” y proto-formas de pensamiento algebraico: Una contribución a la noción de zona de emergencia del pensamiento algebraico. *Educación Matemática*, 36(3), 1174–1192. <https://www.scielo.br/j/bolema/a/vj9J4nRpz5tgZ7msgNrS5Ym/?format=html&lang=es>
- Vergel, R., Godino, J. D., & Font, V. (2023). Comparar las visiones de la teoría de la objetivación y el enfoque ontosemiótico sobre la naturaleza y el aprendizaje del álgebra. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 37(67), 425–448.
- Zapata, S. M., Jaramillo López, C. M., & Santa Ramírez, Z. M. (2018). El profesor de primaria: Una reflexión sobre su papel en la inclusión del álgebra temprana en el currículo escolar. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (55), 192–209. <https://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/1005>