

# COMPARATIVA DEL ANÁLISIS ESTRUCTURAL REALIZADO CON SOFTWARE STAAD Y CON MÉTODOS MANUALES TRADICIONALES

## COMPARATIVE OF THE STRUCTURAL ANALYSIS CARRIED OUT WITH STAAD SOFTWARE AND WITH TRADITIONAL MANUAL METHODS

*Alberto González Peña, Carlos Alberto Hoyos Castellanos, Damián Andrade Sánchez*

Ingeniería Civil, Instituto Tecnológico de Tepic, Nayarit, México

E-mail: {agonzalez, hoyoscarlos, daandradesa}@ittpic.edu.mx

*(Enviado Noviembre 01, 2017; Aceptado Diciembre 13, 2017)*

### **Resumen**

El análisis y diseño de las estructuras de las edificaciones requieren un alto grado de certeza en sus cálculos para asegurarse que los resultados de esas etapas se verán reflejados en una construcción segura y que puede ser utilizada con la confianza que debe representar nuestro medio ambiente. Este artículo se enfoca a la revisión de la etapa de análisis por medio del uso de programas de computadora para la realización de dichos cálculos, haciendo una comparación de los resultados con los métodos clásicos de análisis estructural, incluyendo los métodos de distribución de momentos de Cross, el método de flexibilidades, el método de rigideces y un software profesional de análisis estructural.

**Palabras clave:** *Análisis Estructural, Método de Flexibilidades, Método de Rigideces, Método de Cross.*

### **Abstract**

The analysis and design of the structures of buildings require a high degree of certainty in their calculations to ensure that the results of these stages will be reflected in a safe construction and that it can be used with the confidence that our environment must represent. This article focuses on the revision of the analysis stage through the use of computer programs for the realization of such calculations, making a comparison of the results with the classical methods of structural analysis, including the methods of distribution of moments of Cross, the flexibilities method, the rigidities method and a professional structural analysis software.

**Keywords:** *Structural Analysis, Method of Flexibilities, Regide Methods, Method of Cross.*

## **1 INTRODUCCIÓN**

La construcción de las casas y los edificios debe tener como resultado una edificación que sea viable de habitar, segura de utilizar y agradable a los sentidos, cumpliendo además con las necesidades de las personas que la habitarán. La etapa de desarrollo de un proyecto de construcción inicia con el concepto arquitectónico y posteriormente se realiza el análisis y diseño de las estructuras que lo integrarán.

Dicha fase de análisis estructural ha sido desarrollada de numerosas formas. En la actualidad se cuenta con herramientas de *software* poderosas que permiten agilizar estos cálculos de manera formidable. El realizar un diseño estructural de un edificio completo por medio de los métodos tradicionales y manuales, es una gran cantidad de trabajo. La intención es confirmar que los programas de software actuales tienen la misma fiabilidad en sus resultados como lo tienen los métodos clásicos de análisis estructural.

### **1.1 Marco Teórico**

El análisis estructural es el proceso que se basa en la teoría y fundamentos de las mecánicas vectorial y de materiales para conocer el comportamiento de en una estructura, bajo un estado de cargas determinado.

“El análisis estructural es la predicción del desempeño de una estructura ante las cargas prescritas y/o efectos externos, tales como movimientos en los apoyos y cambios de temperatura”, [1].

Las características de interés que se buscan encontrar en una estructura mediante su análisis son las reacciones de los apoyos, las resultantes de los esfuerzos internos en los miembros estructurales, tales como fuerzas axiales, fuerzas de corte y de momentos flexionantes, así como los desplazamientos o deflexiones.

Actualmente, existen una gran variedad de métodos para analizar una estructura ya sea isostática o

hiperestática, pero en este artículo se analizarán y explicarán los métodos que marca el programa para la asignatura de Análisis Estructural Avanzado con clave: ICF-1005, del Tecnológico Nacional de México, que incluye los siguientes tópicos:

- Métodos de distribución de momentos o de aproximaciones sucesivas: en este caso el método de Hardy Cross.
- Método de las flexibilidades también conocido como método de las fuerzas.
- Método de las rigideces también conocido como método de los desplazamientos.
- Structural Analysis and Design Professional STAAD-Pro (Bentley Systems, 2005).

El propósito de este trabajo es brindar a profesores, estudiantes y a consultores del ramo una herramienta de consulta que facilite la comprensión y adquisición de competencias de análisis estructural; la posibilidad de comparar la eficiencia y eficacia de los métodos, y cumplir el objetivo general de la asignatura de resolver sistemas estructurales estáticamente indeterminados en el plano, aplicando los métodos de *Cross*, flexibilidades, rigideces y el manejo de software profesional con fines educativos.

De acuerdo a González Cuevas [2], “El análisis estructural constituye uno de los pilares de la carrera de ingeniería civil y es también importante en algunas otras licenciaturas, como ingeniería mecánica y arquitectura. Su dominio es indispensable para los profesionales que se dedican al diseño de algunas de las obras más espectaculares que construye el ser humano: rascacielos, puentes, presas, plantas industriales, plataformas marinas, etc.”.

Uno de los propósitos dentro de este trabajo de investigación, es el resolver distintos “casos de estudio”, sistemas de estructuras como vigas y marcos en el plano, por los diferentes métodos de solución mencionados, y comparar los resultados obtenidos de cada método, como los valores de las reacciones, de fuerza cortante y de momento flector.

Para la comparación de resultados se ha elegido utilizar el software profesional “*Structural Analysis and Design Professional*” conocido mejor como STAAD-Pro (Bentley Systems, 2005).

#### a) *Método de Cross*

El ingeniero estadounidense, Hardy Cross, un distinguido profesor de la Universidad de Illinois, desarrolló el primer método de distribución de momentos, el cual lleva su nombre y enseñó primeramente a sus alumnos desde el año 1924. No fue hasta en 1929 [3] y 1930 [4] donde expuso y escribió sobre este método en la revista de la *American Society Civil Engineering*, atrayendo la atención de inmediato y revolucionando el análisis de las estructuras de vigas y marcos continuos de concreto reforzado, pudiendo considerarse uno de los mayores aportes al análisis de estructuras indeterminadas [5] y ser reconocido como uno de los avances más notables en el análisis durante el siglo XX [6].

Este método de aproximaciones sucesivas es un procedimiento ideado para resolver el problema de estructuras reticulares y evade la resolución de sistemas de ecuaciones, como sucede en los métodos matriciales (flexibilidad y rigidez). Este análisis implica un poco más de trabajo que los métodos aproximados, pero nos da una exactitud equivalente a la obtenida con los métodos “exactos” que son más laboriosos.

En el libro de Análisis Estructural [6], el autor, Russel C. Hibbeler, nos proporciona un procedimiento muy sencillo y claro para llevar a cabo este método para una viga continua cualquiera y que también se puede emplear para un marco sin desplazamiento lateral, como a continuación se explica.

#### *Factores de distribución y momentos de extremo fijo*

Es necesario identificar las juntas en la viga y calcular los factores de rigidez para cada claro en las juntas. Con estos valores es posible determinar los factores de distribución a partir de  $FD=K/\Sigma K$ . Recuerde que  $FD=0$  para un extremo fijo, y  $FD=1$  para un soporte de pasador o rodillo en el extremo.

#### *Proceso de distribución de momentos.*

Suponga que todas las juntas en las que deben determinarse los momentos sobre los claros conectados están inicialmente bloqueadas. Entonces:

- Determine el momento necesario para poner cada junta en equilibrio.
- Libere o “desbloquee” las juntas y distribuya los momentos de equilibrio en el claro conectado a cada junta.
- Traslade estos momentos en cada claro hacia su otro extremo multiplicando cada momento por el factor de traslado;  $FT=+1/2$ .

Al repetir este ciclo de bloqueo y desbloqueo de las juntas se encontrará con que las correcciones de los momentos disminuirán puesto que la viga tiende a alcanzar su forma final alterada. Cuando se obtiene un valor suficientemente pequeño para las correcciones, el proceso cíclico debe de detenerse sin “trasladar” los últimos momentos. Después debe sumarse cada columna de momentos, momentos distribuidos y momentos de traslado. Si esto se hace correctamente, se logrará el equilibrio de momentos en las juntas.

Conocido los momentos resultantes en los extremos de cada elemento, se calculan los cortantes para cada uno de los elementos mediante las ecuaciones básicas de equilibrio ( $\Sigma M = 0, \Sigma F = 0$ ) y con esto calculamos las reacciones de los nodos, así como momento y cortante a lo largo del elemento.

#### b) *Método de Flexibilidades*

De acuerdo con Hibbeler, al analizar una estructura indeterminada cualquiera, es necesario cumplir con las exigencias de *equilibrio, compatibilidad y fuerza-desplazamiento* para el modelo. El equilibrio se cumple cuando las fuerzas de reacción conservan a la estructura en

repose y la compatibilidad se satisface cuando los diversos segmentos de la estructura encajan sin interrupciones o solapamientos intencionales. Los requisitos de fuerza-desplazamiento dependerán de la forma en que se manifieste el material. En general, hay dos maneras diferentes de satisfacer estos requisitos cuando se analiza una estructura estáticamente indeterminada: el *método de la fuerza o de la flexibilidad* y el *método del desplazamiento o de la rigidez*.

Este método fue uno de los primeros que existió para el análisis de estructuras estáticamente indeterminadas. Originalmente desarrollado por James C. Maxwell en 1864 para después ser mejorada por Otto Mohr y Heinrich Müller-Breslau, también conocido como *método de la compatibilidad* o el *método de los desplazamientos consistentes*, porque la compatibilidad forma la base de este método, consiste en calcular y escribir las ecuaciones que satisfacen los requisitos de compatibilidad y de fuerza-desplazamiento para la estructura con el fin de determinar las fuerzas redundantes. Ya con estas fuerzas obtenidas se calcula el resto de las fuerzas de reacción sobre la estructura mediante el cumplimiento de las necesidades de equilibrio. Cabe mencionar, que los principios fundamentales involucrados en la aplicación de este método son fáciles de entender y desarrollar [6].

A continuación, se expone un método general para determinar las reacciones o acciones internas de estructuras estáticamente indeterminadas utilizando el método de flexibilidad o de la fuerza, tanto para vigas y marcos.

#### *Principio de superposición*

Determinar el número de grados  $n$  en que la estructura es indeterminada. Después, especificar las  $n$  fuerzas o los  $n$  momentos redundantes incógnitos que deben separarse de la estructura para que quede estáticamente determinada y estable. Empleando el principio de superposición, dibujar la estructura estáticamente indeterminada y revisar que sea igual a una serie de estructuras estáticamente determinadas correspondientes. El primer modelo debe soportar las mismas cargas externas que el modelo hiperestático, y cada una de las estructuras que se añaden al modelo primario muestra la estructura cargada con una fuerza o momento redundante separado. También, dibujar la curva elástica en cada estructura e indicar simbólicamente el desplazamiento o rotación en el punto de cada fuerza o momento redundante.

#### *Ecuaciones de Compatibilidad*

Escribir una ecuación de compatibilidad para el desplazamiento o la rotación en cada punto donde haya una fuerza o momento redundante. Estas ecuaciones deben expresarse en términos de las redundantes desconocidas y sus correspondientes coeficientes de flexibilidad obtenidos de las cargas o momentos de par unitarios que son colineales con las fuerzas o momentos redundantes.

Determinar todas las deflexiones y todos los coeficientes de flexibilidad para después sustituir estas relaciones de carga-desplazamiento en las ecuaciones de compatibilidad y resolver las redundantes desconocidas. Cabe mencionar que, si el valor numérico de una

redundante es negativo, indica que la redundante actúa en sentido contrario a su fuerza unitaria o momento unitario correspondiente.

#### *Ecuaciones de equilibrio*

Dibujar un diagrama de cuerpo libre de la estructura. Las reacciones desconocidas restantes de la estructura pueden determinarse con las ecuaciones de equilibrio ya que las fuerzas y/o momentos redundantes ya han sido calculados con anterioridad.

Ya con las reacciones calculadas, será posible dibujar los diagramas de cortante y de momento como también determinar el desplazamiento en cualquier punto de la estructura si dicho análisis le es necesario.

#### *c) Método de Rigideces*

Este método, a diferencia del método de flexibilidad, basa en escribir primero las relaciones de fuerza-desplazamiento para los elementos, para después satisfacer los requisitos de equilibrio del modelo. En este método las incógnitas en las ecuaciones son los desplazamientos. Una vez obtenidos estos desplazamientos, las fuerzas se obtienen a partir de las ecuaciones de compatibilidad y de fuerza-desplazamiento.

El estudio del método de la rigidez requiere subdividir la estructura en una serie de elementos finitos discretos e identificar sus puntos externos como nodos. Para el análisis de vigas y marcos, los elementos finitos se representan mediante cada uno de los miembros que la componen, y los apoyos o cambios de estado de cargas representan las juntas. Se determinan las propiedades de la fuerza-desplazamiento en cada miembro y después se relacionan entre sí usando las ecuaciones de equilibrio de fuerzas escritas en los nodos. Después estas relaciones, para todo el modelo, se agrupan en lo que se denomina *matriz de rigidez de la estructura*  $K$ . Una vez establecidos esto, se pueden determinar los desplazamientos desconocidos de los nodos para cualquier carga dada sobre el modelo analizado. Al conocer estos desplazamientos pueden calcularse las reacciones y fuerzas internas en la estructura utilizando las relaciones fuerza-desplazamiento para cada miembro.

En seguida se muestra un método que proporciona un medio para determinar los desplazamientos, las reacciones y las cargas internas de los miembros o elementos finitos de una viga tanto isostática como hiperestática.

#### *Notación*

Dividir la viga en elementos finitos e identificar arbitrariamente cada elemento y sus nodos. Usar un número escrito dentro de un círculo para un nodo y un número escrito dentro de un cuadro para un miembro. Por lo general, un elemento se extiende entre los puntos de apoyo, los puntos de cargas concentradas y las juntas, o en los puntos donde deben determinarse las cargas internas o desplazamientos. Además, los valores de  $E$  e  $I$  para los elementos que deben ser constantes.

Especificar en forma simbólica los extremos cercano y lejano de cada elemento al dirigir una flecha a lo largo del elemento, con la punta dirigida hacia el extremo lejano.

En cada punto nodal, especificar numéricamente los números de códigos y y z. En todos los casos, use los números de código más bajos para identificar todos los grados de libertad no restringidos, seguidos por el resto de los números más altos para identificar los grados de libertad que están restringidos. Esto nos producirá una matriz compacta, es decir agrupará los coeficientes que representen las incógnitas para facilitar su manejo matemático.

Con base en el problema, establecer los desplazamientos conocidos  $D_k$  y las cargas externas conocidas  $Q_k$ . Incluir cualquier carga de extremo fijo invertidas, si un elemento soporta una carga intermedia. Matriz de rigidez de la estructura.

Aplicar la Ecuación 1 para determinar la matriz de rigidez para cada elemento expresada en coordenadas globales.

$$\begin{bmatrix} q_{Ny'} \\ q_{Nz'} \\ q_{Fy'} \\ q_{Fz'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{y'} & N_{z'} & F_{y'} & F_{z'} \\ \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{Ny'} \\ d_{Nz'} \\ d_{Fy'} \\ d_{Fz'} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Después de fijar la matriz de rigidez de cada elemento, y cuando las filas y columnas estén identificadas con los números de código adecuados, ensamble las matrices para establecer la matriz de rigidez de la estructura K. Como una comprobación parcial, las matrices de rigidez de todos los elementos y la matriz de rigidez de la estructura deben ser simétricas.

*Desplazamientos y cargas*

Partir la ecuación de rigidez de la estructura y realizar la multiplicación matricial con el fin de determinar los desplazamientos desconocidos  $D_u$ , Ecuación 2, y las reacciones en los soportes desconocidos  $Q_u$ , ecuación 3.

$$Q_k = K_{11} D_u + K_{12} D_k \quad (2)$$

$$Q_u = K_{21} D_u + K_{22} D_k \quad (3)$$

La fuerza cortante y el momento interno  $q$  en los extremos de cada elemento de viga pueden determinarse a partir de la ecuación 4. Tomando en cuenta las cargas de extremo fijo adicionales.

$$q = kd + q_0 \quad (4)$$

Ahora veamos el análisis para el caso de un marco con este método de rigideces, que es muy similar al de una viga,

como se vio anteriormente, con la diferencia que se requiere de matrices de transformación dado que los elementos de los marcos pueden estar orientados en diferentes direcciones, y la consideración de los desplazamientos axiales en los elementos, debidos a las acciones internas de tensión o compresión.

*Notación*

Se sigue la misma convención de notación que el utilizado en el análisis de una viga, estableciendo el sistema global de coordenadas y especificando los componentes de codificación  $x, y, z$ .

*Matriz de rigidez de la estructura*

Aplicar la ecuación 5 para determinar la matriz de rigidez para cada elemento expresada en coordenadas globales. En particular, los cosenos directores  $\lambda_x$  y  $\lambda_y$  se determinan a partir de las coordenadas  $x, y$  de los extremos del elemento, Ecuaciones 6 y 7.

$$k = \begin{matrix} & N_x & N_y & N_z & F_x \\ \begin{bmatrix} \left(\frac{AE}{L}\lambda_x^2 + \frac{12EI}{L^3}\lambda_x^2\right) & \left(\frac{AE}{L}\lambda_x\lambda_y - \frac{12EI}{L^3}\lambda_x\lambda_y\right) & -\frac{6EI}{L^2}\lambda_x & -\left(\frac{AE}{L}\lambda_x^2 + \frac{12EI}{L^3}\lambda_x^2\right) & -\left(\frac{AE}{L}\lambda_x\lambda_z - \frac{12EI}{L^3}\lambda_x\lambda_z\right) & -\frac{6EI}{L^2}\lambda_x \\ \left(\frac{AE}{L}\lambda_x\lambda_y - \frac{12EI}{L^3}\lambda_x\lambda_y\right) & \left(\frac{AE}{L}\lambda_y^2 + \frac{12EI}{L^3}\lambda_y^2\right) & \frac{6EI}{L^2}\lambda_y & -\left(\frac{AE}{L}\lambda_x\lambda_z - \frac{12EI}{L^3}\lambda_x\lambda_z\right) & -\left(\frac{AE}{L}\lambda_y^2 + \frac{12EI}{L^3}\lambda_y^2\right) & \frac{6EI}{L^2}\lambda_y \\ -\frac{6EI}{L^2}\lambda_x & \frac{6EI}{L^2}\lambda_y & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2}\lambda_x & \frac{6EI}{L^2}\lambda_y & -\frac{6EI}{L^2} \\ -\left(\frac{AE}{L}\lambda_x\lambda_z - \frac{12EI}{L^3}\lambda_x\lambda_z\right) & -\left(\frac{AE}{L}\lambda_x\lambda_z - \frac{12EI}{L^3}\lambda_x\lambda_z\right) & \frac{6EI}{L^2}\lambda_x & \left(\frac{AE}{L}\lambda_z^2 + \frac{12EI}{L^3}\lambda_z^2\right) & \left(\frac{AE}{L}\lambda_x\lambda_z - \frac{12EI}{L^3}\lambda_x\lambda_z\right) & \frac{6EI}{L^2}\lambda_x \\ -\left(\frac{AE}{L}\lambda_x\lambda_z - \frac{12EI}{L^3}\lambda_x\lambda_z\right) & -\left(\frac{AE}{L}\lambda_x\lambda_z - \frac{12EI}{L^3}\lambda_x\lambda_z\right) & \frac{6EI}{L^2}\lambda_x & \left(\frac{AE}{L}\lambda_x\lambda_z - \frac{12EI}{L^3}\lambda_x\lambda_z\right) & \left(\frac{AE}{L}\lambda_z^2 + \frac{12EI}{L^3}\lambda_z^2\right) & -\frac{6EI}{L^2}\lambda_x \\ -\frac{6EI}{L^2}\lambda_x & \frac{6EI}{L^2}\lambda_y & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2}\lambda_x & \frac{6EI}{L^2}\lambda_y & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\lambda_x = \cos \theta_x = \frac{x_F - x_N}{L} = \frac{x_F - x_N}{\sqrt{(x_F - x_N)^2 + (y_F - y_N)^2}} \quad (6)$$

$$\lambda_y = \cos \theta_y = \frac{y_F - y_N}{L} = \frac{y_F - y_N}{\sqrt{(x_F - x_N)^2 + (y_F - y_N)^2}} \quad (7)$$

Después de escribir cada matriz de rigidez de los elementos y luego de identificar las seis filas y columnas con, los números de código cercano y lejanos, las matrices se unen para formar la matriz de rigidez de la estructura K. esta matriz también debe ser simétrica al igual que en el análisis de una viga.

*Desplazamientos y cargas*

De igual forma que el análisis en vigas se parte la ecuación de rigidez de la estructura y se realiza la multiplicación matricial con el fin de determinar los desplazamientos desconocidos  $D_u$ , Ecuación 2, y las reacciones en los soportes desconocidos  $Q_u$ , Ecuación 3. Por último, las cargas internas en los extremos de los elementos pueden calcularse a partir de la ecuación 8. Es decir,

$$q = k^*TD \quad (8)$$

Si los resultados de cualquiera de las dos incógnitas se calculan como cantidades negativas, indicará que actúan en la dirección negativa de sus coordenadas.

## 2 ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS PLANAS

Se analizarán dos modelos distintos para esta investigación, una viga continua con un empotramiento en el nodo A y apoyos articulados en los nodos B, C y D, con una carga decreciente distribuida, una carga uniformemente distribuida y tres cargas concentradas, Figura 1. También un marco compuesto tres miembros y una carga concentrada en cada miembro y empotrado en las juntas A y D, Figura 2. La sección transversal para ambos modelos será de concreto de 20x40cm y un módulo de elasticidad de  $E=14000\sqrt{250}$  kg/cm<sup>2</sup>. Se examinarán estos modelos con los tres métodos estudiados anteriormente, método de Cross, flexibilidades y rigideces, así como en el STAAD.Pro, obteniendo sus reacciones, valores de fuerza cortante y de momento para luego comparar sus resultados y obtener las conclusiones correspondientes.

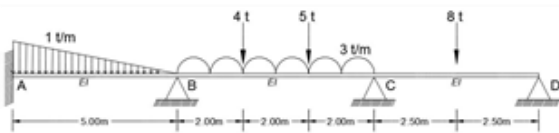


Figura 1 Modelo de viga a emplear.

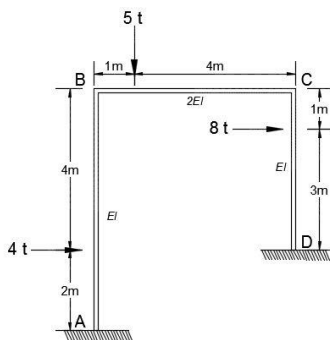


Figura 2. Modelo de marco a emplear.

## 3 RESULTADOS DEL ANÁLISIS

Después de haber realizado un cuidadoso análisis de las dos estructuras propuestas, por cada uno de los métodos y en el software predicho, se llega a los resultados que se exponen a continuación en las Tablas 1 y 2.

## 4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Como se pudo apreciar para el Modelo 1, los resultados de los métodos tuvieron una aproximación muy cercana ya que variaron por solo décimas. Por el contrario, en el segundo modelo se tuvo resultados, que, aunque semejantes, más dispersos, es decir, con ciertas diferencias

entre ellos. Esta variación se debe a distintos factores como el redondeo de decimales en el transcurso de la resolución del ejercicio, a la precisión que se empleó en los métodos, entre otros. Como es costumbre algunos métodos resultan un poco más complejos que otros, teniendo cada método ventajas y desventajas. En esta investigación se observó que, para marcos, el método de Hardy Cross resulta más complicado y laborioso que los demás y el de menor complejidad es el método de flexibilidades. Por otra parte, en vigas se concluyó que el método de Cross es el más cómodo y rápido, llegando a resultados con mucha exactitud y el que resulta más laborioso por supuesto, es el método de rigideces.

Por otra parte, los resultados que arroja el software utilizado son completamente confiables. Su aproximación es mucho más cercana a lo que se espera que suceda en la estructura real. Además, el hecho de analizar las estructuras por este tipo de programas facilita mucho el trabajo desarrollado por el ingeniero civil en la etapa de análisis estructural.

La gran ventaja que ofrecen los programas de cómputo de análisis estructural actuales, aunque es un tema que no se abarcó en este documento, es la posibilidad de realizar el análisis tridimensional de la estructura, involucrando así todos los esfuerzos que realmente se presentarán en su construcción y vida del edificio. Esta facilidad incluye el hacer las revisiones y modificaciones que sean necesarias para ayudar a obtener mejores resultados en el análisis estructural.

Se recomienda mucho la utilización del software para la resolución más ágil de ejercicios como éstos, pero es necesario conocer y saber emplear los demás métodos para cualquier análisis rápido o para verificación. También puede ser de mucha ayuda resolver modelos de este tipo con los métodos manuales empleando hojas de cálculo, para facilitar su aprendizaje y resolución.

Tabla 1 Resultados para el primer modelo.

Resultados para la figura 1.						
MÉTODOS		Nodo A	Nodo B	Nodo C	Nodo D	
Cross	Reacción (ton)	-1.04	16.42	20.71	1.41	
Flexibilidades		-1.03	16.38	20.74	1.40	
Rigideces		-1.03	16.38	20.74	1.40	
STAAD.Pro		-1.01	16.36	20.74	1.41	
Cross	Cortante (ton)	-1.04	-3.54	12.88	-14.12	6.59
Flexibilidades		-1.03	-3.53	12.85	-14.14	6.60
Rigideces		-1.03	-3.53	12.85	-14.15	6.60
STAAD.Pro		-1.08	-3.51	12.85	-14.15	6.59
Cross	Momento (ton-m)	-3.35	10.22	12.93	0	
Flexibilidades		-3.38	10.10	12.99	0	
Rigideces		-3.38	10.10	12.99	0	
STAAD.Pro		-3.31	10.07	12.97	0	

Tabla 2 Resultados para el segundo modelo.

Resultados para la figura 2.						
MÉTODOS		Nodo Ax	Nodo Ay	Nodo Dx	Nodo Dy	
Cross	Reacción (ton)	-4.57	1.96	7.33	3.11	
Flexibilidades		-4.51	1.58	-7.49	3.42	
Rigideces		-4.69	1.91	-7.31	3.09	
STAAD.Pro		-4.60	2.21	-7.40	2.79	
		Nodo A	Nodo B	Nodo C	Nodo D	
Cross	Cortante (ton)	-4.57	-0.62	1.96	-3.11	-0.63
Flexibilidades		-4.51	-0.51	1.58	-3.42	-0.51
Rigideces		-4.69	-0.69	1.91	-3.09	-0.69
STAAD.Pro		-4.60	-0.60	2.21	-2.79	-0.60
Cross	Momento (ton-m)	10.11	-4.24	7.26	-13.34	
Flexibilidades		6.39	-4.68	7.94	-14.55	
Rigideces		8.96	-3.19	7.28	-13.96	
STAAD.Pro		9.22	-2.38	6.55	-15.00	

## 5 REFERENCIAS

- [1] Kassimali, A. Análisis Estructural, Quinta ed., México: Cengage Learning, 2015.
- [2] González Cuevas, Ó. M. Análisis Estructural, Primera ed., México: Limusa, 2009.
- [3] Cross, H. Simplified Rigid Frame Design, Proceedings of the American Concrete, 26, (1929), pp. 170-183.
- [4] Cross, H. Analysis Continuous Frames by Distributing Fixed-End Moments, Proceedings of the American Concrete, 56, 5(1930), pp. 919-928.
- [5] Jaramillo Jiménez, J. Ó. Análisis clásico de estructuras, Primera ed., Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, 2004.
- [6] Hibbeler, R. C. Análisis Estructural, Octava ed., México: Pearson Educación, 2012.