Resolución de problemas en funciones vectoriales asistido por software matemático

Hernández, Rosa Virginia
Universidad Francisco de Paula Santáder - Colombia / rosavirginia@ufps.edu.co

Finalizado: Cúcuta, 2014-03-28 / Revisado: 2014-11-10 / Aceptado: 2014-12-15

Resumen

Se presentan los resultados de un estudio que evaluó la resolución de problemas y su relación con el aprendizaje de funciones vectoriales asistido por software matemático en comparación con métodos tradicionales. La investigación se fundamentó en la teoría de Richard Mayer quien hace referencia acerca de lo que necesita una persona para resolver un problema matemático, dividiéndolo en dos estadios: la traducción y la solución. El diseño fue de tipo cuasi-experimental y los instrumentos de recolección de información, pruebas pre test y pos test. La población estuvo conformada por estudiantes de Ingeniería, de Sistemas para el grupo experimental y de Minas y Mecánica para el grupo control. En los resultados se observaron actitudes favorables en los estudiantes del grupo experimental hacia la implementación del uso de software matemático como estrategia de aprendizaje y herramienta para la solución de problemas, resaltando factores como la comunicación y una notable importancia en los hábitos de estudio.

***Palabras clave**: resolución de problemas, aprendizaje, software matemático, tipos de conocimiento.*

***

Abstract

WORKING PROBLEM SOLVING VECTORIAL ASSISTED FOR MATHEMATICAL SOFTWARE

They encounter the results of a study that evaluated the problem solving and his relation with the learning of vector functions assisted for mathematical software as compared with traditional methods. The Investigation was based on Richard Mayer's theory who does reference about what need a person to solve a mathematical problem, this thought is divided into two stages: The translation and the solution. The design went from quasi experimental type and the collecting instruments of information, were pretest and post-test. The population consisted of students from Engineering, Systems for the experimental group and engineers Mining and Mechanical for the control group. The results favorable attitudes were observed in the experimental group toward implementing the use of mathematical software as a learning strategy and tools for troubleshooting, highlighting factors such as communication and importance in the study habits.

***Key words**: problem solving, learning, mathematical software, types of knowledge.*

***

Résumé

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES EN FONCTIONS VECTORIELLES ASSISTÉE PAR UN LOGICIEL MATHÉMATIQUE

La présente étude vise à évaluer la résolution de problèmes et leurs relations avec l'apprentissage de fonctions vectorielles assistées par un logiciel mathématique. Cette recherche se base sur la théorie de Richard Mayer, psychologue scolaire, qui fait référence à ce dont une personne a besoin pour résoudre un problème mathématique, faisant ceci en deux étapes, la traduction et la solution. Le plan de recherche est de type quasi-expérimental, les instruments de collecte des données furent des preuves de pré-test et de post-test. La population de l'étude fut composée d'étudiants d'ingénierie, en systèmes pour le groupe expérimental et en Mines et mécanique pour le groupe de contrôle. Quand aux résultats il a pu être constaté que des attitudes favorables ont été observés entre les étudiants du groupe expérimental vers la mise en œuvre de l'utilisation de logiciels mathématiques comme stratégie d'apprentissage et des outils pour la résolution de problèmes, mettant aussi en évidence des facteur comme la communication et la grande importance des habitudes de travail pour les études.

***Mots-clés**: solution de problèmes, apprentissage, software mathématique, tipes de connaissances.*

Introducción

Las matemáticas aplicadas han permitido el desarrollo alcanzado por la ingeniería; sin embargo, ocasionan muchas dificultades al estudiante de esta área durante su formación profesional, sobre todo en los primeros semestres y especialmente en los cursos de cálculo y su aplicación hacia la resolución de problemas. Diversos organismos como el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), la Asociación Iberoamericana de Instituciones de la Enseñanza de la Ingeniería (ASIBEI) y el Ministerio de Educación Nacional (MEN) coinciden en que las matemáticas para el ingeniero son un conjunto de problemas o de situaciones, cuyo tratamiento requiere conceptos, procedimientos y representaciones de tipos diferentes, pero íntimamente relacionados.

Son innumerables los esfuerzos de profesores e investigadores para mejorar la enseñanza de las matemáticas, en el cálculo básico y el cálculo multivariable. Kaschefi, Ismail y Yusof (2010), plantean mejorar el aprendizaje de los estudiantes mediante el fortalecimiento de resolución de problemas y habilidades de pensamiento matemático, a través del uso de herramientas tecnológicas que apoyan la comprensión conceptual permitiéndoles resolver problemas de su campo de estudio, lo cual se transforma en una excelente alternativa.

Ilany y Margolin (2010) han trabajado en la resolución de problemas matemáticos acompañada por texto en la cual el estudiante es enfrentado simultáneamente al lenguaje humano y al lenguaje matemático. El argumento central para estos investigadores es que existen diferencias entre las dos formas de lenguaje y que debe haber un puente entre ellos; la dificultad radica en la necesidad de traducir el evento descrito en el lenguaje humano a las operaciones aritméticas, algebraicas, etc., expresadas en idioma matemático.

Para Barb y Anne (1997), la matemática, por su naturaleza, es exhaustiva. En la escuela, los profesores se sienten bajo la presión de enseñar grandes cantidades de contenido con el propósito de que los estudiantes estén preparados para el próximo nivel. Aunque la mayoría de los profesores estaría de acuerdo en que usar métodos múltiples de resolución de problemas es ventajoso, otros creen que este proceso es un lujo debido a la restricción de tiempo.

La resolución de problemas asistida por software matemático y distintos medios tecnológicos ha sido abordada por diversos teóricos, aportando una amplia gama de datos empíricos y formulaciones conceptuales sobre el tema. Gangozo (1999), intenta distinguir una teoría única sobre la representación del conocimiento o el desarrollo de un modelo instruccional en una "investigación en resolución de problemas" lo cual es de tal complejidad que resulta ateórico, ya que, al momento, no es posible disponer de una teoría general de educación ni de la cognición capaces de abrazar y dar respuesta a tan diferentes aspectos del pensamiento y de la actividad humana. Otra consecuencia obvia e inmediata es que los instrumentos utilizados en distintas investigaciones son prácticamente incomparables, de modo que la generalización de resultados, aún entre un mismo colectivo de investigadores carece de sentido.

Al referirse al pensamiento, Mayer (1986) afirma : "El pensamiento es lo que sucede cuando una persona resuelve problemas, es decir, produce un comportamiento que mueve al individuo desde el estado dado al estado final, o al menos trata de lograr ese cambio"; tal aserto coincide con las proposiciones de Jhonson (1972) y Polya (2005). En esta misma dirección, Mayer (1986) destaca la naturaleza interna, cognitiva, del pensamiento pero que puede ser inferida de la conducta y concluye que "es un proceso que implica un conjunto de operaciones sobre el conocimiento en el sistema cognitivo. El pensamiento es dirigido y tiene como resultado la resolución de problemas o se dirige hacia una solución". Un objetivo importante en la educación para Mayer (1986), es ayudar a los estudiantes a ser solucionadores efectivos de problemas, es decir, las personas que puedan generar soluciones útiles y originales cuando se enfrentan con problemas que nunca han visto antes.

La mayoría de los psicólogos, según Mayer (1986), están de acuerdo en que un problema tiene ciertas características: "Datos, objetivos y obstáculos" y en general cualquier definición de problema, debería consistir en tres ideas: "1) el problema está actualmente en un estado, pero 2) se desea que esté en otro estado y 3) no hay una vía directa y obvia para realizar el cambio".

Polya (citado por Mayer, 1986) afirma que la resolución de problemas está basada en procesos cognitivos que tienen como resultado encontrar una salida a una dificultad, una vía alrededor de un obstáculo, alcanzando un objetivo que no era inmediatamente alcanzable. Al respecto, Newell y Simons (en Maloney, 1994) establecen que "Una persona es enfrentada a un problema, cuando desea algo y no conoce inmediatamente qué serie de acciones debe llevar a cabo para alcanzarlo". Novak (citado en Perales, 1993) define la actividad de solucionar problemas como "la reorganización de la información almacenada en la estructura cognitiva, es decir, un aprendizaje.

En este mismo sentido, Mayer (2000), argumenta que, "la Teoría Cognitiva del Aprendizaje Multimedia" trata de explicar de qué manera el aprendizaje es facilitado o inhibido por la base multimedial de la información. Mediante cuidadosos experimentos se procura dilucidar cuándo y por qué funciona un determinado tipo de material.

En la investigación de Mayer (en Simons, 2004), hace referencia a lo que él llama la "transferencia" de la información, o la capacidad de los estudiantes para integrar la información en su base de conocimiento ya existente y lo utilizan para generar ideas o resolver problemas abstractos.

La expansión del uso de las tecnologías de la información y de la comunicación (TIC) en Colombia, a través de la promoción de su utilización y apropiación entre los ciudadanos, como medio para contribuir el desarrollo social, económico y político del país, impulsado por el Ministerio de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones, ha generado cambios en la educación. (Galliani en Patino, Barcenas y Fernández, 2012).

Profesores del área de matemáticas así como sociedades de matemáticas y de educación matemática de diversos países del mundo, comparten, aceptan y adoptan muchas decisiones, entre ellas, se encuentra el modelo de organización del curriculum sobre dos pilares: los principios y los estándares, suministrando pautas para que cada docente e institución asuman su papel en la enseñanza con calidad. Las calculadoras y otras herramientas tecnológicas, tales como sistemas de álgebra computacional, software de geometría interactiva de matemáticas, applets, hojas de cálculo y dispositivos interactivos de presentación, son componentes esenciales de una educación de alta calidad en matemáticas.

Para el Consejo Estadounidense de Profesores de Matemáticas (NATIONAL COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS – NCTM, 2008) todas las escuelas y los programas de matemáticas deberían proporcionar a los estudiantes y profesores el acceso a la tecnología educativa, incluyendo calculadoras, computadoras con software matemático, conectividad e internet, dispositivos portátiles de recolección de datos. Los planes de estudio y cursos de estudio deben incorporar la tecnología educativa en los resultados del aprendizaje, planes de lecciones y evaluaciones para el progreso de los estudiantes

Las matemáticas la deben utilizar los ingenieros para resolver problemas; lo cual normalmente implica el desarrollo de un modelo matemático. Para construir modelos, se tienen que utilizar las leyes científicas acerca de las cosas del mundo (por ejemplo, leyes de Newton del movimiento, leyes de los circuitos de Kirchoff, etc.) y el uso de números, variables, ecuaciones y desigualdades para expresar el problema en un lenguaje matemático. En forma casi generalizada, los estudiantes de las facultades de Ingeniería, durante el desarrollo de actividades, en clase presencial y asesorías, están evidenciando dificultades como la escasa comprensión del concepto de función, límites y continuidad en una variable junto a sus diferentes formas de representación y por supuesto, la resolución de problemas. Los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Francisco de Paula Santander (UFPS) que cursan la asignatura de Cálculo Vectorial en su tercer semestre no son ajenos a esta problemática.

En función de los postulados teóricos expuestos anteriormente, se plantearon los siguientes interrogantes: ¿Existen diferencias entre el aprendizaje de los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la UFPS acerca de las funciones vectoriales asistido por el software matemático en la aplicación de estrategias para la resolución de problemas y el de quienes lo hacen de manera tradicional? ¿Cómo es el conocimiento lingüístico, semántico y esquemático que utilizan los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la UFPS asistido por software matemático donde se aplican estrategias para resolver problemas de funciones vectoriales y quienes lo hacen de forma tradicional? ¿Cuál es el conocimiento operativo y estratégico que utilizan estudiantes de cálculo vectorial de la Facultad de Ingeniería de la UFPS asistido por un software matemático donde se aplican estrategias de resolución de problemas en funciones vectoriales y quienes lo hacen de manera tradicional?

Para dar respuesta a los anteriores interrogantes se plantea como propósito evaluar si la resolución de problemas asistido por un software matemático difiere en el aprendizaje de funciones vectoriales en estudiantes de la facultad de ingeniería de UFPS comparando cuando ésta se realiza en forma tradicional; en concreto, se pretende analizar si hay o no diferencias significativas en los tipos de conocimiento lingüístico, semántico y esquemático (traducción) en el aprendizaje de funciones vectoriales.

Método

Enfoque Metodológico

Como lo afirma Hernández, Fernández, & Batista (2010), una vez definido el marco teórico es indispensable plantearse el nivel que tendrá la investigación. Teniendo en cuenta las preguntas de investigación, objetivos e hipótesis planteados, el presente estudio es cuantitativo cuasi experimental ya que según el autor “los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están formados antes del experimento: son grupos intactos”.

Para Morales (2013), se denominan diseños cuasi-experimentales aquellos diseños en los que o no hay grupo control o no hay asignación aleatoria de los sujetos a ambos grupos. No se trata de una dicotomía en sentido estricto pero en los diseños experimentales hay un control más cuidadoso de otras explicaciones que podrían justificar los resultados. Frecuentemente se investiga con grupos hechos, y no hay asignación aleatoria de los sujetos a uno u otro grupo. Si trabajamos con grupos hechos (no con muestras aleatorias) los diseños entran en la categoría de cuasi-experimentales más que en la de experimentales en sentido propio.

Son varias las razones por las cuales la investigación es cuasi experimental, entre ellas están: se solicitó formalmente al director (a) del departamento de matemáticas y estadística de la UFPS la asignación de dos grupos de estudiantes que cursen el segundo semestre del 2013 en la asignatura Cálculo Vectorial de la Facultad de Ingeniería; uno de ellos es el grupo experimental (del programa de Ingeniería de Sistemas) y el otro, el grupo control (programas de Ingeniería Mecánica e Ingeniería de Minas); de allí que el número de estudiantes en cada grupo fue variado.

A cada uno de los grupos se le aplicó una prueba pretest y postest teniendo en cuenta las concepciones metodológicas de Roberto, Collado & Lucio (2010); al grupo experimental se utilizó la metodología en procura de fomentar el aprendizaje de funciones vectoriales a través de la resolución de problemas utilizando el software Scilab 5.4.1, previamente capacitados con material didáctico para el aprendizaje de este software, mientras que, con el otro grupo control se seguirá la metodología de enseñanza aprendizaje tradicional sin dejar aún lado el modelo dialógico crítico que enmarca nuestra institución.

Hipótesis del estudio

Por otro lado y de acuerdo con Roberto, Collado & Lucio (2010), la hipótesis son las guías para la investigación, indican lo que se intentará probar; teniendo como referente, las preguntas de investigación y los objetivos; por lo tanto, se plantearon las siguientes hipótesis:

Ho: El grupo de estudiantes donde se fomenta el aprendizaje a través de la resolución de problemas asistido por software matemático Scilab 5.4.1 tienen mejor rendimiento en el aprendizaje del cálculo vectorial que el grupo cuya enseñanza es tradicional.

Ha: El grupo de estudiantes donde se fomenta el aprendizaje a través de la resolución de problemas asistido por software matemático Scilab 5.4.1 no tienen mejor rendimiento en el aprendizaje del cálculo vectorial que el grupo que lo hace de manera tradicional.

Población y Muestra

La Tabla 1 muestra la distribución de los sujetos participantes en el estudio, en función de los grupos etarios y el género, correspondientes a los programas de ingeniería. Resalta principalmente que el 75,3% del grupo son estudiantes de género masculino; el 62,4% de los estudiantes tiene 19 años o menos; solamente una estudiante de género femenino, equivalente al 1,2%, tiene más de 23 años.

La Tabla 2, exhibe la asignación de los sujetos del estudio por cada programa. En total participaron 85 sujetos. El grupo experimental estuvo conformado, principalmente, por los estudiantes de la carrera de ingeniería de sistemas y representa aproximadamente un tercio de los sujetos analizados. En el grupo de control los estudiantes están matriculados principalmente en las carreras de ingeniería de minas e ingeniería mecánica y representan aproximadamente el 45% del total del grupo.

Se espera que el grupo experimental conformado en su gran mayoría por estudiantes de ingeniería de sistemas por su interés en su formación y perfil del programa tengan mayor capacidad y agilidad para adquirir el aprendizaje de software matemático Scilab 5.4.1 unificado con los temas de función vectorial bajo una orientación pedagógica y didáctica permanente.

Tabla 1
Distribución de los sujetos de estudio por grupos etarios y género

		Género					
		Masculino		Femenino		Total	
		f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Grupos Etarios (años)	17 a 19	40	47,1	13	15,3	53	62,4
	20 a 22	20	23,5	7	8,2	27	31,8
	23 a 26	4	4,7	1	1,2	5	5,9
	Total	**64**	**75,3%**	**21**	**24,7%**	**85**	**100,0%**

Fuente: propia investigación.

Tabla 2
Sujetos del grupo experimental y de control por programa

	Grupos					
Programa Ingeniería	Grupo Experimental		Grupo Control		Total	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Mecánica	0	0,0%	14	16,5%	14	16,5%
Sistemas	29	34,1%	1	1,2%	30	35,3%
Civil	0	0,0%	3	3,5%	3	3,5%
Industrial	1	1,2%	1	1,2%	2	2,4%
Minas	0	0,0%	24	28,2%	24	28,2%
Electrónica	0	0,0%	6	7,1%	6	7,1%
Electro Mecánica	0	0,0%	2	2,4%	2	2,4%
Tecn.Obras Civiles	0	0,0%	4	4,7%	4	4,7%
Total	30	35,3%	55	64,7%	85	100,0%

Fuente: propia investigación.

Recolección de Información

Instrumentos

Los instrumentos para recolectar información son: Pruebas Pretest y Postest *ad hoc* (elaborado específicamente para estos fines), teniendo en cuenta el sistema de evaluación de la UFPS y que los ítems diseñados representen los distintos tipos de conocimientos evaluados, seleccionados y revisados de los textos de Cálculo vectorial usados en la asignatura (Larson, Hostetler, & Edwards 2006); Leithold, (2000) y James (1980). Estos instrumentos fueron evaluados por especialistas en el área a través de la Técnica del Juicio de Expertos.

Aplicación del Modelo de Mayer

Para llevar a cabo el estudio, se asume el planteamiento de Mayer (1986) acerca de lo que necesita una persona para resolver un problema matemático. De acuerdo a la mayoría de descripciones hacia la resolución de problemas matemáticos, el primer paso consiste en traducir las palabras del problema a una representación interna, que va desde lo narrado hasta una ecuación matemática; los tipos de conocimiento requeridos para esta traducción o comprensión son lingüísticos, semánticos y esquemáticos.

El segundo paso consiste en aplicar reglas del algebra y de la aritmética a la presentación interna, por pasar de la ecuación al valor numérico del dato desconocido para llegar a la solución del problema; por lo tanto se requiere de un dominio conceptual operativo y estratégico.

Se plantea un ejemplo con un problema de narración o lo que normalmente se conoce en Colombia como un problema de la vida real: "Una brillante barca a motor azul viaja corriente abajo en 120 minutos con una corriente de 8 km por hora. El viaje de regreso corriente arriba, contra la misma corriente, le llevó 3 horas. Hallar la velocidad en aguas tranquilas"

Los tipos de conocimientos que el solucionador requiere, según este modelo son los siguientes:

Conocimiento Lingüístico. Es el conocimiento del idioma en el que se presenta o está redactado el problema, esto implica reconocer palabras, determinar que "bote a motor" es un nombre o saber que, "nuevo bote azul a motor" y "bote" se refiere al mismo objeto.

Conocimiento Semántico. O de los hechos acerca del mundo tales como "120 minutos son dos horas" y que los ríos tienen corriente que van río abajo o río arriba.

Conocimiento Esquemático. Conocimiento de los tipos de problemas, como la idea de que la "barca" es un problema de corriente. Es decir, asocial el problema con sus esquemas.

Conocimiento Operativo. Conocimiento de cómo llevar a cabo, la secuencia de operaciones, como el procedimiento para una división o el procedimiento para despejar una variable; es decir todo el proceso algebraico o algoritmo.

Conocimiento Estratégico. Son las técnicas o estrategias para saber cómo utilizar los diversos tipos de conocimiento disponibles para resolver un problema dado, como por ejemplo, Polya (1968) sugiere la estrategia de dividir el problema en problemas menores.

La Figura 1 muestra el análisis de la resolución del problema para el ejemplo de la barca.

Procedimiento

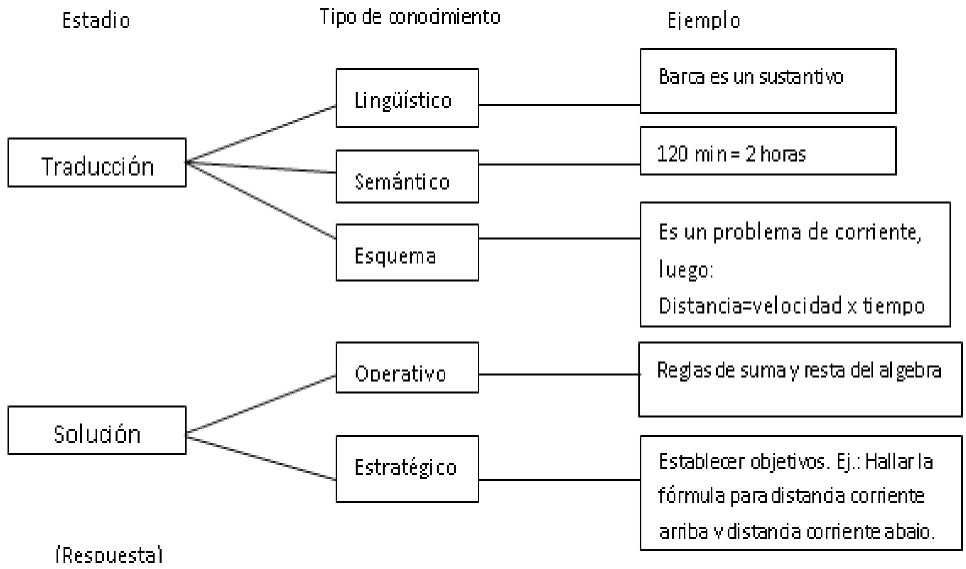
A continuación se describe una serie de etapas o fases que se llevaron a cabo para intentar dar respuesta a los objetivos planteados:

Fase I: Se aplicó una prueba piloto basada en la teoría de Resolución de Problemas por Richard E. Mayer a los estudiantes que finalizaron el primer semestre del año 2013; esta prueba permitió centralizar la investigación en un solo tema correspondiente a Función Vectorial debido a que no fue satisfactorio abarcar todo el contenido de la asignatura.

Fase II: Orientación a los grupos (control y experimental) hacia una metodología de enseñanza tradicional (guías, talleres grupales e individuales, consultas) del tema de investigación, impartiendo estrategias de resolución de problemas.

Fase III: Aplicación del pre test en ambos grupos antes de presentar el primer parcial según calendario académico de la UFPS estipulado en el segundo semestre del 2013; a los estudiantes no se les permitió usar ninguna herramienta tecnológica para contestar la prueba y su duración fue de dos horas.

Figura 1
Análisis de resolución de problema matemático de la barca a motor



Fuente: Mayer, 1986.

Fase IV: Después de presentar la prueba pre test, se reforzó nuevamente a los grupos en resolución de problemas para el Tema Función Vectorial. Al grupo control a través de una metodología de enseñanza tradicional y al grupo experimental como herramienta de apoyo utilizaron el software Scilab 5.4.1.

Fase V: La aplicación del pos test en ambos grupos se realizó dos semanas después de presentar el primer parcial; a los estudiantes del grupo control se les permitió el uso de la calculadora científica; mientras que el grupo experimental se les permitió además de los mismos implementos del grupo control, el uso del software Scilab 5.4.1.

Técnicas de procesamiento y análisis de datos

Para el procesamiento de información se utilizará el software estadístico Spss versión 21, permitiendo aplicar a los resultados un análisis: descriptivo, medidas de tendencia central, medidas de dispersión, análisis de varianza (ANOVA) de un factor y el respectivo análisis paramétrico para evaluar si hay diferencias significativas entre el grupo experimental y el control, teniendo en cuenta el diseño metodológico de Roberto, Collado & Lucio (2010).

Resultados

Evaluación de las puntuaciones totales para el pretest y el postest

Casi la totalidad de los estudiantes (85%) salieron reprobados en el examen pretest; esto se debe a que no recordaban los preconceptos (clase de funciones, dominio, rango, propiedades de la potenciación, casos de factorización, derivación e integración) que se requieren para encontrar la solución. Esta brecha disminuye significativamente al 34%, en las calificaciones totales obtenidas en el postest.

Estos resultados permiten argumentar que la enseñanza de la matemática, en la educación superior, también comparte muchas situaciones expuestas. Difícilmente, los estudiantes plantean un esquema correcto, que aborde una situación problemática, y presentan serias dificultades en la precisión de conceptos y en la comprensión del lenguaje matemático, para aplicar los procedimientos correctos y obtener una solución satisfactoria.

En consecuencia, cabe preguntarse: ¿Existen diferencias significativas en los valores medios de las puntuaciones entre las pruebas pretest y postest? En caso afirmativo ¿en cuál tipo de conocimiento del pensamiento matemático formulado por Mayer (1986) se evidencian tales diferencias? La respuesta a dichos planteamientos se encuentra aplicando un *Análisis de Variancia de un Factor*, (ANOVA), que permite evaluar la presencia de diferencias significativas en las puntuaciones medias de ambos grupos.

Los resultados presentados en la Tabla 3 permiten afirmar que existen diferencias significativas, alrededor del 5%, en los valores medios entre las pruebas pre test y pos test, en los distintos momentos de medición; así lo demuestran los valores de $p=0{,}033<0{,}05$ y $p=0{,}034<0{,}05$ que rechazan la hipótesis de igualdad de medias y permiten concluir que existen diferencias en los valores medios de los grupos; es decir, difiere el rendimiento académico entre el grupo experimental y el grupo control.

Evaluación de diferencias significativas en las puntuaciones del Pretest y Postest por tipo de Conocimiento: Lingüístico, Semántico, Operativo, Esquemático y Estratégico.

La Tabla 4 muestra el ANOVA de un factor que permite evaluar la existencia de diferencias significativas entre los tipos de conocimiento para las pruebas pre test y pos test.

Tabla 3
ANOVA de un factor en función del grupo experimental y del grupo de control

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Total Pre test	Inter-grupos	844,800	1	844,800	4,702	,033
	Intra-grupos	14912,094	83	179,664		
	Total	**15756,894**	**84**			
Total Pos test	Inter-grupos	2544,257	1	2544,257	4,646	,034
	Intra-grupos	45452,048	83	547,615		
	Total	**47996,306**	**84**			

Fuente: propia investigación.

Tabla 4
ANOVA de un factor entre los tipos de conocimiento lingüístico, semántico, esquemático, operativo y estratégico entre las pruebas pre test y pos test

Conocimiento		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Lingüístico	Inter-grupos	11,537	1	11,537	4,130	,044
	Intra-grupos	427,456	153	2,794		
	Total	**438,994**	**154**			
Semántico	Inter-grupos	7,065	1	7,065	7,612	,007
	Intra-grupos	142,006	153	,928		
	Total	**149,071**	**154**			
Operativo	Inter-grupos	6493,024	1	6493,024	142,471	,000
	Intra-grupos	6972,873	153	45,574		
	Total	**13465,897**	**154**			
Estratégico	Inter-grupos	3367,346	1	3367,346	57,249	,000
	Intra-grupos	8999,338	153	58,819		
	Total	**12366,684**	**154**			
Esquemático	Inter-grupos	,174	1	,174	,175	,676
	Intra-grupos	151,736	153	,992		
	Total	**151,910**	**154**			

Fuente: propia investigación.

La valoración de significancia entre los conocimientos Lingüístico, Semántico, Operativo y estratégico son menores al 5% ($p>0,05$); estos resultados permiten afirmar que existen diferencias significativas en los valores medios de estas variables en las distintas etapas de las evaluaciones de las pruebas pre test y pos test para los grupos experimental y control. Mientras que el conocimiento semántico obtuvo un valor de $p=0,676$ mayor que 0,05, esto significa que no existen diferencias significativas en los valores medios de esta variable entre las distintas pruebas de evaluación.

Los valores de significancia entre los tipos conocimientos semántico, operativo y estratégico reflejados en la Tabla 4, son menores al 5% ($p<0,05$); estos resultados permiten afirmar que existen diferencias significativas en los valores medios de estas variable en las distintas etapas de las evaluaciones de las pruebas pre test y pos test, para los grupos experimental y control. El conocimiento lingüístico tiene un valor de $p=0,05$ y el conocimiento esquemático obtuvo un valor de $p=0.676$ mayor o igual que 0.05; esto significa a un nivel de significancia del 5% quiere decir, que no existen diferencias significativas en los valores medios de esta variable entre las distintas pruebas de la evaluación.

Evaluación de diferencias entre los conocimientos Lingüístico, Semántico y Esquemático

Los resultados obtenidos en las evaluaciones de entrada, a través de la prueba pretest y postest correspondientes al conocimiento lingüístico corroboran lo que afirman los investigadores Ilany y Margolín (2010) acerca de que existen dificultades en traducir un lenguaje de texto a un lenguaje matemático expresado en operaciones aritméticas, algebraicas, una ecuación, etc.; presentando particularmente en ambas pruebas dificultades especialmente en la comprensión de los significados de partícula y dominio de la función vectorial (ver Tablas 5 y 6).

Estas dificultades también se hicieron evidentes en el conocimiento semántico, al valorar que no tienen claridad de algunos conceptos en su contexto real, entre ellos, las medidas en grados como el lado terminal de un ángulo y el suplemento de un ángulo. (ver Tablas 7 y 8).

Se presenta una recurrencia en la dificultad para comprender los aspectos lingüísticos, que guían la comprensión del problema planteado. Se evidenció que la mayoría de los estudiantes manejaron conceptos precisando su significado semántico, con excepción de algunos términos vinculados a los elementos teóricos, relacionados con los contenidos básicos del tema función vectorial; asimismo, se observó que persisten las dificultades para plantear en forma esquemática un problema y proceder a su resolución.

Mayer, (2000), afirma que los conocimientos de traducción requieren de una buena comprensión lectora, enseñada como una actividad de colaboración denominada "enseñanza recíproca", el objetivo es que el grupo estudie un texto utilizando una variedad de estrategias de comprensión lectora. El profesor y los alumnos intercambian turnos como conductores de discusión, aunque el profesor proporciona comentarios, observaciones y consejos cuando es necesario; este es un aspecto primordial para que el estudiante pueda resolver un problema matemático llegando a dominar los conceptos de traducción, integrar la información en forma coherente y llevar a cabo los cálculos requeridos para llegar a la solución del problema de forma satisfactoria.

Evaluación de diferencias entre los tipos conocimientos Operativo y Estratégico

Las puntuaciones superiores obtenidas en el postest (en comparación con el pretest) están alentadas por el efecto positivo de la adopción de la metodología de la enseñanza, a través del uso de software matemático; además, por la capacitación del docente en el software y la inducción al estudiante en la metodología para la resolución de problemas.

Se presentó una mejora significativa en la aplicación del tipo de conocimiento operativo en la prueba postest para el grupo experimental (ver tabla 9), cuyos integrantes identificaron en una buena parte los procedimientos a seguir para llegar a una solución satisfactoria del problema;

Tabla 5
Ítemes que componen el conocimiento lingüístico de la prueba pretest

	Incorrecto		Correcto	
	f	%	f	%
Función vectorial: posición	7	9%	74	91%
Función vectorial: partícula	59	73%	22	27%
Función vectorial: concepto	28	35%	52	65%
Función vectorial: dominio	60	76%	19	24%
Concepto de altura máxima	24	31%	54	69%
Concepto de alcance	45	56%	34	43%
Lanzamiento desde el origen	23	29%	55	70%
Velocidad inicial	22	28%	58	73%
Concepto de rapidez	38	49%	40	51%
Concepto de aceleración	10	13%	70	88%
Concepto de desplazamiento	42	54%	36	46%
Concepto de espacio 3	12	15%	68	85%

Fuente: propia investigación.

Tabla 6
Ítemes que representan el conocimiento lingüístico de la prueba postest

	Incorrecto		Correcto	
	f	%	f	%
Función vectorial: concepto	25	34%	48	66%
Función vectorial: dominio	46	63%	27	37%
Función vectorial: partícula	50	68%	24	32%
Función vectorial: posición	4	5%	69	95%
Concepto nivel del suelo	9	12%	65	88%
Concepto de alcance	40	55%	33	45%
Concepto velocidad inicial	22	30%	52	70%
Concepto de altura máxima	23	31%	51	69%
Rapidez: definición	19	26%	55	74%
Ángulo de elevación: definición	37	51%	35	49%
Boca de cañón: definición	23	31%	51	69%

Fuente: propia investigación.

sin embargo, a pesar de obtener soluciones vía software, una buena parte de los estudiantes no pudo materializar la solución en el papel. De la misma manera, se presentó una mejora en la identificación y aplicación de problemas en algunos de los conceptos trabajados; estos resultados fueron favorecidos a partir del proceso de adaptación al procedimiento de solución de problemas inducido a través de la capacitación dada por el docente, lo que permitió al estudiante estar familiarizado con el procedimiento y plantear una solución en lugar de dejarlo en blanco o sin respuesta.

En el plano descriptivo, se muestra una diferencia más cerrada entre las puntuaciones medias de los tipos de conocimiento lingüístico, semántico y esquemático y más acentuado entre los valores medios de los tipos de conocimiento operativo y estratégico. Se puede entender que el uso de software, no favorece el fortalecimiento de la brecha en todos los tipos de conocimiento, estableciendo parcialidades sólo en algunos de ellos.

Tabla 7
Ítemes que representan el conocimiento semántico de la prueba pretest

	Incorrecto		Correcto	
	f	%	f	%
Equivalencia de medidas de tiempo.	16	20%	64	80%
Equivalencia de medidas de longitud.	10	13%	69	87%
Medida en grados.	46	63%	26	36%
Conversión de pies/seg a m/seg.	9	12%	65	88%
Conversión unidades de longitud.	11	15%	63	85%

Fuente: propia investigación.

Tabla 8
Ítemes que representan el conocimiento semántico de la prueba postest

	Incorrecto		Correcto	
	f	%	f	%
Equivalencia de medidas de tiempo	7	9%	67	91%
Equivalencia de medidas de longitud	3	4%	71	96%
Medida en grados	46	63%	26	36%
Conversión de pies/seg a m/seg	9	12%	65	88%
Conversión unidades de longitud	11	15%	63	85%

Fuente: propia investigación.

Tabla 9
Resultados descriptivos entre las pruebas pretest y postest

Media		Evaluación						
		Mediana	DT	Mín	Máx	P25	P75	
Conocimiento lingüístico	Pretest	6,35	6,00	1,66	2,00	9	5	7
	Postest	6,00	7,00	2,81	,00	10	5	8
Conocimiento semántico	Pretest	3,52	3,00	1,01	1,00	5	3	4
	Postest	3,44	4,00	1,58	,00	5	3	4
Conocimiento esquemático	Pretest	1,85	2,00	,88	,00	3	1	2
	Postest	1,67	2,00	1,22	,00	7	1	3
Conocimiento operativo	Pretest	5,84	5,00	5,11	,00	31	3	8
	Postest	16,36	17,00	9,92	,00	34	9	23
Conocimiento estratégico	Pretest	11,79	11,00	7,30	,00	33	7	16
	Postest	18,39	20,00	10,35	,00	36	12	25

Fuente: propia investigación.

En términos generales, el rendimiento académico entre ambos grupos para la prueba pretest fue muy bajo; muchos estudiantes argumentaron que esta deficiencia se debe a que no estaban acostumbrados a este tipo de evaluaciones y que son muy pocos los docentes, tanto en la educación media como en la superior, que se preocupan por ofrecerles una formación de enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas.

Discusión y conclusiones

Las puntuaciones superiores obtenidas en el postest (en comparación con el pretest) están alentadas por el efecto positivo de la adopción metodológica de la enseñanza, a través del uso de software matemático; además, por la capacitación del docente en el software y la inducción al estudiante en la metodología para la resolución de problemas de Mayer.

La conclusión en la investigaciones de Mayer, concuerdan con los resultados obtenidos a través de las pruebas pretest y postest del presente estudio; el estudiante adquiere habilidades conceptuales hacia la resolución de problemas utilizando herramientas tecnológicas, a través de la capacidad de integrar la información en su base de conocimientos y luego utilizarla para generar ideas o resolver un problema; sin embargo, los profesores deben apoyarse en las teorías cognitivas que han aportado diversos psicólogos hacia los procesos para llegar a la resolución de un problema matemático y el uso de herramientas tecnológicas, específicamente software matemático para poder ofrecerle a los estudiantes la orientación y capacitación adecuada.

Al considerar todos los tipos de conocimiento aplicados, según el modelo de Mayer, se encontró que la introducción del software y la capacitación en la estrategia de resolución de problemas a los estudiantes, favoreció la hipótesis principal del estudio al permitir encontrar diferencias significativas en las puntuaciones del grupo experimental en comparación con el grupo de control, reflejadas en la prueba pos test.

Dentro de los tipos de conocimiento que permitieron acentuar estas diferencias se encuentran el semántico, el operativo y el estratégico. El estudiante del grupo experimental, a través del uso del software matemático, no se queda bloqueado en procesos mecánicos y operativos como derivación e integración, sino que se centra en el análisis de la estructura del problema, relacionándolo con los que el docente orientó en las clases; es por esta razón se le facilita identificar el procedimiento para llegar al resultado del problema.

Con respecto al elemento semántico, el software matemático permite vincular el enunciado del problema con las rutinas que debe adoptar para plantear las posibles soluciones. El aspecto lingüístico se ve mermado porque depende fundamentalmente del conocimiento del estudiante sobre el tema; el estudiante no diferencia entre el lenguaje matemático escrito y su traducción a un lenguaje que pueda ser ejecutado a través del software matemático.

El conocimiento esquemático desarrollado a través del software matemático presento mayor dificultad para el estudiante, pues se requiere una formación especializada o un conocimiento técnico en un lenguaje de programación que le permita reproducir en lenguaje de máquina, el leguaje matemático escrito; es decir, el estudiante evidenció que el software por sí sólo no da sugerencias en el esquema que se debe plantear, a partir del enunciado en la solución del problema.

Es preocupante que, a medida que el mundo se va tecnificando a pasos agigantados, la humanidad cada vez está perdiendo el interés y motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas; el bajo rendimiento académico y la deserción se han venido presentando en los diferentes programas que ofertan las instituciones de educación superior, no siendo ajena a esta situación la Universidad Francisco de Paula Santander.

Los estudiantes de ingeniería de la UFPS no tienen clara la real importancia, que conlleva tener una buena formación en el aprendizaje de los cálculos; algunos argumentan que no le ven sentido y aplicabilidad a esta asignatura, especialmente al cálculo vectorial; esto se debe en gran parte a que los docentes no tienen una formación pedagógica y didáctica enfocada hacia la enseñanza – aprendizaje, a través de la resolución de problemas, centrándose en una orientación a través de procesos mecánicos y algebraicos.

Ante este déficit, se están buscando alternativas, en el ámbito investigativo, para fortalecer al docente en sus prácticas pedagógicas hacia al aprendizaje, a través de la resolución de problemas; este proceso no ha sido fácil, a pesar de que se están utilizando herramientas tecnológicas tales como software matemático; el proceso ha sido bastante lento.

En esta investigación, los resultados obtenidos hacia la motivación del aprendizaje de funciones vectoriales utilizando software matemático, a través de la resolución de problemas apoyado en las teorías de Mayer, crearon una gran motivación en el estudiante e incrementaron su capacidad para resolver problemas; la gran sorpresa en el proceso de análisis de la prueba postest es que, a pesar de que se tenía una herramienta tecnológica como ayuda para encontrar respuestas a cada problema, los estudiantes presentaron muy baja capacidad cognitiva hacia una representación interna (conocimiento estratégico) que les permitiera utilizar adecuadamente el software.

Las TIC son un conjunto de procesos y productos derivados de las nuevas herramientas (*hardware* y *software*), soportes de la información y canales de comunicación, relacionadas con el almacenamiento, procesamiento y transmisión digitalizados de la información, en forma rápida y en grandes cantidades (González, Gisbert, Guillén, Jiménez, Lladó & Rallo, 1996). De acuerdo con Cabero (1996), los rasgos distintivos de estas tecnologías hacen referencia a la inmaterialidad, interactividad, instantaneidad, innovación, elevados parámetros de calidad de imagen y sonido, digitalización, influencia más sobre los procesos que sobre los productos, automatización, interconexión y diversidad.(Ferrero, Martínez, & Otero, 2009).

Con la incorporación de las TIC, el proceso de aprendizaje universitario deja de ser una mera recepción y memorización de datos recibidos en la clase, pasando a requerir una permanente búsqueda, análisis y reelaboración de informaciones obtenidas en la red. De este modo, el estudiante deja de ser sólo un procesador activo de información, convirtiéndose en un constructor significativo de la misma, en función de su experiencia y conocimientos previos, de las actitudes y creencias que tenga, de su implicación directa en el aprendizaje, y de que persiga el desarrollo de procesos y capacidades mentales de niveles superiores. (Mayer, 2000, citado por Ferrero y otros, 2009).

Para entender este marco, se deben hacer por lo menos dos diferencias importantes. En primer lugar, de acuerdo con Mayer, se debe cuestionar: ¿son los computadores buenas herramientas de aprendizaje? o ¿es una ayuda tecnológica o daño en el aula? Tales preguntas son inherentes e imperfectas, dice Mayer, porque enfatizan el *poder* de la tecnología sobre las necesidades, las preferencias y las capacidades de las personas que lo utilizan. (Simons, 2004).

Más importante es la participación de la investigación de Mayer, lo que él llama la *transferencia* de la información, o la capacidad de los estudiantes en integrar la información en su base de conocimientos ya existente y utilizarla para generar ideas o resolver problemas abstractos (es decir, la capacidad de comprender y utilizar la información). La mandíbula cuentagotas, en la investigación de Mayer, son los alumnos evaluados en su capacidad de información de *transferencia* presentada a través de multimedia, mostró una mejora enorme de un 89 % en el rendimiento frente a los métodos basados en el libro tradicional. (Simons, 2004).

La investigación de Mayer, concuerda con los resultados obtenidos a través de la prueba postest de la presente investigación: el estudiante debe ser sometido a un proceso de adaptación en su proceso de enseñanza - aprendizaje para que pueda resolver problemas matemáticos utilizando herramientas tecnológicas, siendo conscientes las instituciones educativas de un cambio en los procesos pedagógicos y didácticos; para ello, los docentes deben apoyarse en las teorías cognitivas que han aportado diversos psicólogos, entre ellos, el de Richard Mayer que se refieren a los conocimientos lingüístico, semántico, esquemático, operativo y estratégico; y del uso de herramientas tecnológicas, que le permitirán al estudiante adquirir habilidades y destrezas hacia la resolución de problemas.

En referencia con los procesos didácticos dentro del aula, el estudiante plantea como prioritario el elemento comunicativo, a partir del desarrollo del proceso de enseñanza; esta comunicación no sólo se refiere a la interacción o flujo entre el profesor y los alumnos, sino también al esfuerzo entre pares a través del trabajo en equipo. Asimismo, el estudiante plantea como un factor determinante, su propia motivación para el aprendizaje, hecho que se verá manifestado principalmente, por la realización de consultas a través de distintas fuentes y de la asistencia a las actividades de asesoría académica que imparte el docente. También se atribuye una especial importancia a las estrategias y medios utilizados por el docente para impartir los contenidos, elemento que va aunado a una constante disposición para aprender por parte del estudiante.

Referencias

Asociación Iberoamericana de Instituciones de Enseñanza de la Ingeniería –ASIBEI (2013). Enseñanza de Ingeniería en Iberoamérica - Universidad Nacional. Recuperado el 10 de enero de 2014 en http://goo.gl/p3kWVD

Barb, C., & Anne, L. Q. (1997). Problem solving does not have to be a problem. The Mathematics Teacher, 90(7), 536-542. Recuperado el 28 de diciembre de 2012 en http://goo.gl/GHpbZY

Cabero, J. (1996). Nuevas tecnologías, comunicación y educación. EDUTEC. Revista Electrónica de Tecnología Educativa, n° 1. Recuperado el 02 de enero de 2013 en http://goo.gl/7gbuxg

Ferro S., C.; Martínez, S. y Otero N., M. (2009). Ventajas del Uso de las TICs en el proceso de enseñanza aprendizaje desde la óptica de los docentes universitarios españoles. Recuperado el 21 de enero de 2013 en http://goo.gl/al6pE

Flower, L., y Hayes, J. R. (1981). A cognitive process theory of writing. College composition and communication, 365-387. Recuperado el 21 de enero de 2013 en http://goo.gl/Vl97B9

Galliani, L. (2011). Tecnología, aprendizaje, intercultura. Paradigmas pedagógicos de la transición. Recuperado el 23 de enero de 2013 en http://goo.gl/NRfZLc

González, A. P., Gisbert, M., Guillén, A., Jiménez, B., Lladó, F. y Rallo, R. (1996). Las nuevas tecnologías en la educación. En Salinas et al. (Eds.), Redes de Comunicación, Redes de Aprendizaje. EDUTEC'95 (pp. 409-422). Palma de Mallorca: Universidad de las Islas Baleares.

Gangoso, Z. (1999). Investigaciones en resolución de problemas en ciencias. Investigações em Ensino de Ciências – V4(1), pp. 7-50, recuperado el 21 de enero de 2013 en http://goo.gl/694rPJ

Hernández, H. S.; Fernández, C. & Baptista, M. (2010). Metodología de la Investigación. 5ª. ed. México: Mc Graw Hill.

Ilany, B., & Margolin, B. (2010). Language and mathematics: Bridging between natural language and mathematical language in solving problems in mathematics. Creative Education, 1(3), 138-148. Retrieved from http://search.proquest.com/docview/866302503?accountid=43636 [Consulta: 2012, diciembre 22]

James, W. (1980).The principles of psychology. Nueva York: Holt, Rinehart y Winston. Citado por Mayer, R. Thinking, Problem Solving, Cognition. Traducido por Graziella Baravalle. 1 ed. Barcelona: Ediciones Paidos. 1986. p. 149.

Jhonnson, D. M. (1972).Systematic introduction to the psychology of thinking. Nueva York. Harper & Row. En: MAYER, R. Thinking, Problem Solving, Cognition. Traducido por Graziella Baravalle. 1 ed. Barcelona: Ediciones Paidos

Kashefi, H., Ismail, Z. y Yusof Y. (2010). Obstacles in the learning of two-variable functions through mathematical thinking approach. Recuperado el 21 de diciembre de 2012 en http://goo.gl/s1JQTa

Larson, R., Hostetler, P. & Edwards, H. (2006).Libro de cálculo. 8ª. ed. México: Mc Graw Hill.

Leithold, L. (2000).Cálculo. 7ª. ed. México: Universidad Iberoamericana.

Maloney, D. P. (1994). Research on problem solving: Physics. Handbook of research on science teaching and learning, New York: Macmillan Publishing Company. 327-354.

Mayer, R. (1986). Thinking, problem solving, cognition. Traducido por Graziella Baravalle. 1 ed. Barcelona: Ediciones Paidos.

Mayer, R. (2000). Diseño educativo para un aprendizaje constructivista. Recuperado el 21 de enero de 2013 en http://recursosparaeducacion.weebly.com/uploads/1/4/4/7/14479122/diseo_educativo_para_un_aprendizaje.pdf.

Morales, P. (2013). Investigación Experimental, Diseños y Contrastes de Medias. Universidad Pontificia Comillas, Madrid. Recuperado el 23 de agosto de 2013 en http://web.upcomillas.es/personal/peter/investigacion/Dise%C3%B1osMedias.pdf

Ministerio de Educación Nacional de Colombia – MEN.

(2007). Resolución N°. 466. Recuperado el 28 de diciembre de 2012 en http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-119030_archivo_pdf.pdf

National Council of Teacher of Mathematics. (2008).What is the role of technology in the teaching and learning of mathematics?. Recuperado el 22 de diciembre de 2012 en http://goo.gl/yzO9fy

Newell, A., & Simon, H. A. (1972). Human problem solving (Vol. 104, No. 9). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall. Recuperado el 21 de enero de 2013 en http://www.sci.brooklyn.cuny.edu/~kopec/cis718/fall_2005/2/Rafique_2_humanthinking.doc

Novak, J. D. (1991). Ayudar a los alumnos a aprender cómo aprender. La opinión de un profesor-investigador. In Enseñanza de las Ciencias (Vol. 9) 215-228. Recuperado el 23 de enero de 2013 en http://ddd.uab.cat/record/23592/

Patino, N.; Barcenas, S. y Fernández, J. (2012). Estrategias Mediadas por la Tecnología que Contribuyen al Desarrollo y socialización del Conocimiento en Matemáticas. Recuperado el 23 de enero de 2013 en http://goo.gl/Wuvm4E

Perales Palacios, F. J. (1993). La resolución de problemas: una revisión estructurada. En: Enseñanza de las Ciencias 11 (2) 170-178. Recuperado el 28 de enero de 2013 en http://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v11n2/02124521v11n2p170.pdf

Polya, G. (1968). Mathematics and Plausible Reasoning: Patterns of plausible inference (Vol. 2). Princeton University Press. [Libro en Línea]. Recuperado el 28 de enero de 2013 en https://goo.gl/rDGys1

Polya, G. (2005).Cómo plantear y resolver problemas. México: Editorial Trillas, S.A.

Simons, T. (2004). The multimedia paradox. Presentations, 18(9), 24-29. Recuperado el 28 de nero de 2013 en http://goo.gl/Oi1n2I.