¿SON POSIBLES OUTRAS LEIS DE CAPITALIZACIÓN E DESCONTO?

Eugenio M. FEDRIANI MARTEL*
Adrián TRONCOSO GUTIÉRREZ
Universidad Pablo de Olavide, de Sevilla

Resumo
Neste artigo preséntanse varias ideas orixinais que poden cambiar o punto de vista tradicional nas operacións financeiras; tamén se propón o seu uso en situacións que non son as estándares. A metodoloxía considerada baséase en que a taxa de interese nunca debe ser a única variable a ter en conta á hora de analizar as operacións financeiras.
Ata podería sosterse que algunhas crises económicas breves pódense esquivar mediante o emprego dun sistema contable o suficientemente flexible. Ademais, se se incorporan nas fórmulas de capitalización outros factores que reflexan a situación económica, as leis correspondentes varían substancialmente.

Abstract
In this paper, we introduce some original ideas to change the viewpoint for the financial deals, and propose their use when the economic situation is not ordinary either. The methodology is rooted on the fact that the rate interest should not be the only variable to be considered when financial operations are analysed.
One can even hold that short financial crises may be eluded by applying a more flexible accounting system. In addition, if the economic situation is embedded into the capitalization formulae, the resulting rules change considerably.

Palabras clave: capitalización, descuento, matemática financiera, inversiones bancarias, capital.
Keywords: capitalization, discount, financial mathematics, investment banking, capital.

1. INTRODUCIÓN

Incluso alguén alleo ao mundo das Finanzas e que non saiba nada de Matemáticas entende que é mellor ter o diñeiro o antes posible. O custo de oportunidade é un concepto moi intuitivo en todas as facetas da vida e, por suposto, tamén en calquera asunto que teña que ver con capitais. Non pode valer o mesmo un capital se se posúe inmediatamente que se pasa algún tempo antes de que se poida dispoñer libremente del. Esta idea tan básica é a orixe das leis de capitalización e desconto, tanto na nosa civilización como na economía particular de calquera individuo. Todos asumen a existencia dunha compensación polo tempo que pase antes de cancelar unha débeda. Nembargantes, para entender este asunto en profundidade, tamén convén ter en conta outros conceptos moi relacionados no mundo da empresa, como son o custo do capital, a inflación e a rendibilidade dun investimento. Neste traballo procuraremos presentar as chaves para entender se son ou non posibles outras leis de capitalización e desconto distintas das que se usan actualmente: a simple e a composta. O obxectivo final é propoñer unha nova forma de valorar activos financeiros que permita, por exemplo, enfrontarse ás situacións económicas adversas dunha forma alternativa á habitual. Dende outro punto de vista, o noso método de valoración tamén

* Eugenio M. Fedriani Martel (efedmar@upo.es), Adrián Troncoso Gutiérrez (adrian.troncoso.gutierrez@gmail.com). Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica, Universidad Pablo de Olavide. Ctra. de Utrera km 1, 41013 – Sevilla (España)

permitirá fixar as "regras do xogo" en calquera momento sen ter que esperar a saber como se comportarán algunhas variables externas sobre as que non se ten dominio ningún.

A pregunta do título pode parecer obvia, pero non o é tanto. Respecto diso sucedéronse numerosas reflexións por parte de economistas ao longo da historia recente; unha das disquisicións máis coñecidas é a de se se debe facer fronte ao pago dunha hipoteca preferentemente mediante cotas fixas ou variables, tendo en conta que o valor do diñeiro tampouco adoita considerarse constante. Ademais, a nosa formulación pódese xustificar facilmente se se considera o efecto dunha chea de factores que actúan conxuntamente nos cálculos correctos de actualización dun capital: a inflación, os tipos de cambio, os arredondados nas operacións financeiras, as comisións, a existencia de pagos atrasados sen intereses (ou de forma que os intereses son para a entidade bancaria ou para a Administración), o tratamento que os bancos fan das transaccións con "día valor" (que implica que hai certos días non suxeitos a intereses), etc.

No noso caso, abordarase o problema dende o punto de vista matemático, permitindo varias resolucións cuantitativas e futuros razonamentos financeiros, aínda que se propoñerán algunhas outras perspectivas dende as que se pode analizar. Ata mesmo, verase que é posible intentar abordar o problema dende a dobre realidade das operacións financeiras con taxas fixas e con taxas variables (cuxo exemplo máis coñecido polos cidadáns é tamén o das hipotecas, contratadas a tipo fixo ou a tipo variable).

Dende os abrentes da Economía Financeira é ben sabido que, aínda que outros factores tamén inflúen, a taxa de interese depende da oferta e da demanda de capital: cando a oferta de diñeiro dispoñible para o investimento aumenta máis rápido que as necesidades dos prestatarios, os tipos de interese tenden a caer; cando, pola contra, a necesidade de capital crece con respecto á dispoñibilidade, os tipos de interese adoitan subir, o que ten uns complexos efectos sobre a economía, individual ou colectiva. Discutiuse abundantemente sobre este tema e séguese a facer; nembargantes, a forma en que se aplica o tipo de interese a unha operación financeira é algo que non adoita admitir discusión: é a que se acordou en virtude dun suposto consenso entre os estados, as entidades financeiras, as empresas e os clientes particulares. Cremos que é apropiado cuestionalo nalgún momento e aí é onde se encadra o presente traballo. Certo é que houbo algúns intentos de xeneralización das leis de desconto, como a proposta de Chichilnisky (1997) sobre taxas de desconto, que permite resolver parcialmente o conflito entre consumidores actuais e futuros, o que ten un gran interese para o caso de recursos naturais e, en xeral, para os procesos de actualización. Con todo, consideramos que a literatura adoece dunha visión máis ampla e completa sobre a cuestión.

Tras esta introdución, o documento continúa cunha sección na que se comenta brevemente a orixe e uso das leis de capitalización e desconto (dende o punto de vista histórico e contable). A seguinte sección, máis matemática, consta de dúas partes ben diferenciadas: na primeira interprétanse matematicamente as leis e na segunda propóñense leis alternativas, posibles dende o punto de vista matemático. A penúltima sección servirá para motivar o estudo das propiedades que verifican unhas e outras familias de leis, así como para presentar un exemplo práctico. Finalmente, concluirase con algunhas das posibles aplicacións das familias propostas e con algunhas outras suxestións relacionadas con este tema.

2. ORIXE DAS LEIS FINANCEIRAS

2.1. Orixe histórica

Aínda que non se coñece con certeza a orixe da Matemática Financeira, parece probado que a Matemática na época babilónica antiga (primeiros séculos do segundo milenio antes de Cristo) xa producira ferramentas de cálculo iterativas e ata se chegou a utilizar a interpolación lineal ou proporcional para atopar valores intermedios a uns dados (Boyer, 1969). De feito, un dos exemplos máis antigos que se coñecen de aplicación da Matemática a problemas económicos "complexos" é o de calcular canto tempo tardaría en dobrarse unha cantidade calquera de diñeiro ao interese do 20% anual. A resposta dada nunha táboa pequena da época babilónica antiga parece demostrar que o escriba usou unha interpolación lineal, seguindo a fórmula do interese composto $a=P\cdot(1+r)^n$ e consultando os valores nunha táboa exponencial de potencias enteiras.

Moito máis adiante, no 499, o matemático hinduísta Aryabhata escribiu unha obra titulada *Aryabhatiya* (Clark, 2006), na que recollía os resultados matemáticos que acadaran autores da súa civilización e outros anteriores. Aquí temos outra proba do desenvolvemento da Matemática Financeira. Unha parte importante desta obra trata das regras para sumar os termos dunha progresión aritmética e tamén para atopar o número de termos dunha progresión aritmética coñecido o primeiro termo, a diferenza e a suma de todos os termos. Xusto despois, expón algúns problemas realmente complicados sobre o interese composto (utilizando as progresións xeométricas).

Como nas dúas referencias anteriores e, por suposto, como noutras situacións cotiás de aritmética básica, a Matemática aparece na Economía para facilitar cálculos (Boyer, 1969). Un exemplo moi claro disto é como, no século XVI, o matemático holandés Simon Stevin introduciu nos Países Baixos as fraccións decimais e a contabilidade de dobre entrada que popularizara anteriormente Luca Pacioli en Italia (Dijksterhuis e Struik, 1955-1965), case un século antes. Nese mesmo século XVI, en España, a Matemática desenvolvíase nunha dobre vertente: pura e aplicada. O máis destacable nesta época é que a aplicación das Matemáticas que tivo maior importancia foi o Cálculo Mercantil. E proba diso son as 19 obras que se publicaron ao longo do século sobre o que entón chamaban "contas" (Fedriani e Hinojosa, 2005). Por outra banda, convén resaltar que estes momentos son cruciais na formalización dunha Matemática Financeira independente das outras ramas da Matemática e independente tanto da Economía como da Xestión de Empresas. Será unha especialidade que sirva de ferramenta a economistas e empresarios, sobre todo, para establecer equivalencias de capitais, pero que utilizará a nomenclatura propia da Matemática Pura.

2.2. Orixe contable

Para establecer equivalencias de capitais en distintos instantes temporais, faise imprescindible a existencia dunhas normas (aceptadas ampliamente) polas que un capital no momento actual debe valer máis que ese mesmo capital no futuro. Ademais, hai que especificar claramente cal sería o valor no futuro que sería equivalente ao dese capital no momento presente. Isto é, *a grosso modo*, o que se coñece en Matemática Financeira como capitalización. En canto á operación inversa, o desconto, trátase de obter o valor que debe ter un capital no momento presente para que se poida considerar equivalente a outro dispoñible en certo instante no futuro.

Dende o punto de vista dos economistas, é evidente que a capitalización (e, consecuentemente, o desconto) pódese realizar de dúas formas completamente distintas: capitalizando ou non os intereses que vai xerando o capital inicial. Sendo rigorosos, en realidade, o tipo de capitalización sen intereses tamén se debería dividir á súa vez nunha capitalización periódica ou nunha capitalización subperiódica (o que implica o uso de taxas equivalentes). En todo caso, a capitalización con intereses coñécese como leis de capitalización composta ou continua; pola súa banda, a capitalización sen intereses adóitase denominar lei de capitalización sinxela. Algo parecido ocorre co desconto. Deseguido comentaremos estes tipos de actualización dende o punto de vista do seu cálculo.

2.3. Uso das leis

A principal utilización das leis de capitalización e desconto na vida real adóitase relacionar con créditos, depósitos, rendas e empréstitos. Hai moitas outras operacións financeiras nas que estas leis son fundamentais, pero realmente bastaría analizar as anteriores para ter unha idea clara dos efectos que un cambio na definición das mesmas pode producir.

En xeral, acéptase que a maioría das operacións financeiras a máis dun ano adóitanse estimar con leis de capitalización composta, mentres que ás de duración inferior ao ano adóitanselle aplicar as leis de capitalización sinxela. Nalgúns casos (aplicando o convenio lineal, en contraposición ao coñecido como convenio exponencial), a operación pódese dividir en dúas partes: unha que dure unha cantidade enteira de anos (que se rexería por capitalización composta) e outra correspondente a un período inferior ao ano (por capitalización simple).

3. LECTURA MATEMÁTICA DAS LEIS

3.1. Tradución

Aínda que non convén nos determos moito nunha cuestión tan coñecida, a capitalización composta responde á fórmula xa utilizada polos babilonios: $P\cdot(1+r)^n$, onde P é o capital inicial, r é a taxa (o tanto por un) de interese e n é o número de veces (non necesariamente é un número enteiro) que se repetirá durante o período acordado entre o momento inicial e o momento final da capitalización. Ademais doutras consideracións que se verán máis adiante, esta fórmula implica que a taxa de interese fíxase en función do período acordado, pois incorpora os intereses que produce unha unidade monetaria nun período temporal. Como o capital vaise incrementando polos intereses que vai producindo, vai variando en cada instante, de forma sempre estritamente crecente.

A capitalización sinxela, pola contra, consiste en determinar os intereses que se engadirán ao capital ao final do período previamente establecido, respondendo a unha fórmula do tipo $P\cdot(1+r)$. Cuando esta capitalización se realiza durante n períodos, o capital calcúlase como $P\cdot(1+n\cdot r)$. Por isto, é fácil entender que non se consegue o mesmo resultado subdividindo o período temporal e aplicándolle a mesma fórmula de capitalización sinxela. De feito, a subdivisión do período dá lugar a capitalizacións subperiódicas e aos tantos de interese equivalentes (interese fraccionado). Unha teórica subdivisión infinita daría lugar á lei de capitalización continua que comentamos no parágrafo anterior, pois os intereses obtidos en cada instante utilizaríanse para o cálculo dos intereses producidos nos instantes posteriores.

Realmente, a cuestión que nos ocupa é se algún outro tipo de capitalización, distinto dos dous estándares, pode ter sentido (tanto matemático como financeiro), e para iso, é conveniente botar unha ollada aos fundamentos teóricos, despois de revisar os históricos. En Matemática Financeira, é habitual denotar as leis de capitalización como segue:

Denomínase *lei financeira* a expresión analítica ou modelo matemático que permite obter a proxección nun instante de tempo t dun capital financeiro coñecido (C,t). Se entendemos por V a contía do capital financeiro valorado en p e por F a expresión analítica da lei, quédanos unha expresión do tipo: V=F(C,t;p). Se t<p, diremos que a ley é de capitalización e coñécese usualmente por V=L(C,t;p). Se t>p, diremos que a lei é de desconto e coñécese usualmente por V=A(C,t;p). Se t=p, F(C,t;p)=F(C,p;p)=C.

Se non se coñece o valor de t, L(C,t;p) e A(C,t;p) simbolizan as familias de leis financeiras do mesmo modelo, que reciben o nome de sistemas financeiros de capitalización ou desconto (respectivamente). Tratando de simplificar esta anotación na medida do posible, no seguinte apartado só se comentará a evolución dunha unidade monetaria ao longo do tempo. A valoración de calquera outro capital pódese considerar un cambio de escala ou, equivalentemente, pódese obter multiplicando dito capital polo que lle ocorre a unha unidade monetaria.

3.2. Outras familias posibles de leis

Na práctica, a aplicación das leis de capitalización e desconto estándares incorporan modificacións referentes a aspectos como a inflación, o que fai que o comportamento dunha unidade monetaria sexa, na práctica, impredicible no futuro; nembargantes, como se comentou anteriormente, non existe unha abundante literatura respecto das modificacións intrínsecas á estrutura das familias de leis. En realidade, isto non é tan difícil de desenvolver; o que é moito máis complexo é relacionar os cambios nas leis coas hipóteses económicas e financeiras que subxacen no fenómeno modelizado. Así, se nos abstraímos do resto de consideracións económicas convencionais, parece que os únicos requisitos imprescindibles para definir unhas leis de capitalización válidas son que o capital non vaia baixando co paso do tempo (omitimos agora consideracións relativas á variabilidade do prezo do diñeiro, tipos de cambio, taxas de interese variable, depreciacións, etc., que non condicionan tan directamente o custo de oportunidade). Matemáticamente, isto é moi sinxelo de esixir, como se verá a continuación:

Consideremos que queremos apreciar a evolución do valor dunha unidade monetaria. Se se considera ademais que o instante inicial é t=0, calquera función real de variable real f(t) que sexa crecente en todo **R** e tal que f(0)=1, estaría asociada a unha posible lei de capitalización e, como consecuencia, a unha lei de desconto (sinxelamente habería que prestar atención á parte positiva ou á parte negativa do dominio, respectivamente). Aínda que isto non é obvio no desconto comercial (asociado á capitalización simple), por exemplo, para aplicar a lei de desconto parece lóxico esixir tamén que a función sexa sempre positiva.

É evidente a existencia de infinitas funcións coas características esixidas: función cuxo dominio sexa todo **R**, que sexa crecente e cuxa gráfica pase polo punto (0,1). Tamén é xa evidente que a lei de capitalización sinxela responde á función $f(t)=1+t\cdot r$ e que a lei de capitalización composta a $f(t)=(1+r)^t$. Nos dous casos, r debe ser coñecido e correspóndese co tipo de interese (que pode tomar infinitos valores; por iso fálase de familias infinitas de leis); aínda que iso non quere dicir que sexa totalmente fixado previamente, pois en ocasións varía co tempo.

O que proponemos é, basicamente, a utilización doutras funcións (coas características esixidas) para substituír o papel das dos anteriores nas leis de capitalización e desconto; por mencionar algunhas, tres familias de funcións (similares no seu comportamento, que trata de evitar que un capital poida chegar a duplicarse) útiles para este cometido (ás que se pode incorporar un tanto de interese constante ou variable) poderían construírse a partir dos exemplos seguintes: función sigmoidal $f(t)=2/(1+e^{-t})$; función arcotanxente: $f(t)=arctg(t)$; función tanxente hiperbólica $f(t)=1+[(e^{t}-e^{-t})/(e^{t}+e^{-t})]$. Tamén constituiría un caso interesante (e esencialmente distinto) a exponencial $f(t)=a^{t}$, sendo $a>1$ distinta da base neperiana e, incluso, variable e dependente da inflación.

Establezamos unha lei específica a partir dun dos casos particulares anteriores: aínda que $f(t)=arctg(t)$ non é apropiada como lei, a partir dela pódense definir

$f_1(t)=2\cdot(1,5+arctg(t))/3$,

$f_2(t)=(1,5+arctg(t/5))/1,5$,

$f_3(t)=(2\cdot\pi+arctg(t/5))/(2\cdot\pi)$,

$f_4(t)=1+(arctg(\pi)+arctg(t/10-\pi)/(5,5+arctg(\pi)))$

ou variantes das anteriores que se obteñen ao incorporar diferentes tipos de interese. Por poñer un exemplo, a representación gráfica de $f_4(t)$ amósase na Figura 1; a análise do resto das funcións queda para o lector curioso e interesado. Da correspondente gráfica é posible deducir que unha pendente suave se debería facer corresponder cunha situación de crise conxuntural, xa que en certo modo sería equivalente a unha baixa dos tipos de interese.

Figura 1. Exemplo de función xeradora de leis de capitalización e desconto, f_4, distinta das tradicionais (lineal e exponencial).

Fonte: elaboración propia

4. CARACTERÍSTICAS DA PROPOSTA

4.1. Propiedades comúns

O primeiro que hai que facer trala elección dunha función e a definición explícita das súas correspondentes leis sería estudar se se seguen verificando ou non as propiedades clásicas atribuídas ás leis de capitalización e desconto. Segundo os casos, tratarase de funcións posiblemente estacionarias e escindibles. Tamén sería desexable a análise das leis conxugadas das que se obteñan e o estudo doutros conceptos que teñen unha descrición sinxela no caso das leis habituais: capital único e vencemento común; tanto único e tanto medio; etc.

Sexan ou non continuas, para que se poidan replicar os cálculos máis habituais, parece lóxico esixir que as funcións que consideramos sexan, polo menos, integrables-Riemann (como nos exemplos propostos anteriormente). Isto posibilita relacionar o valor do capital co valor de certas integrais definidas. De feito, a valoración dun capital polo cálculo destas integrais (aínda que non é a única forma que suxeriremos) pode ser unha medida bastante representativa do que o custo de oportunidade significa para as leis de capitalización e desconto.

Outras variadas propiedades relacionadas co que estamos vendo pódense obter con pouco esforzo dalgúns traballos que relacionan a Matemática Financeira con outras ramas da Matemática. Algúns exemplos pódense deducir de Valls e Cruz (2000). Non se inclúen neste traballo debido á extensión que representarían estas análises, aínda que se deixan como propostas para o futuro.

4.2. Exemplo de aplicación

Neste apartado preséntase un exemplo de cadro de amortización alternativo aos tradicionais, ao que se chegou sen necesidade de utilizar as integrais definidas antes aludidas. En concreto, veremos como é posible prescindir ata dos tipos de interese mediante o uso de funcións como as presentadas na sección 3, obtendo resultados razoables. Elixamos, por exemplo, a función: $f_1(t)=2\cdot(1{,}5+\operatorname{arctg}(t))/3$. Con ela, podemos establecer de forma directa unha valoración para calquera capital en función do tempo, deste modo, se utilizamos, por exemplo, un capital inicial de 1000 €, obteriamos que aos 10 anos o devandito capital tería un valor de 1980,75 € (ao substituír na fórmula anterior t=10, en radiáns, obtense aproximadamente 1,98075, que se debe multiplicar polo número de unidades monetarias do capital inicial).

Como se pode ver, neste suposto non existe propiamente un tipo de interese, senón soamente a determinación do valor do diñeiro, que se pode realizar a priori. Esta característica permitiría, no caso dun empréstito polo devandito importe, unha maior flexibilidad de amortización; é dicir, a diferenza dos modelos actuais nos que hai que pagar periódicamente un importe en concepto de amortización do empréstito máis os intereses correspondentes, neste caso, ao non existir os intereses como tales, mentres o capital fose devolto (en calquera momento do período de vixencia) entenderíase amortizado o empréstito. Pensamos que esta flexibilidade na cancelación pode ser unha das primeiras virtudes do método de capitalización que se propón neste artigo.

Imos tratar de explicar este tipo de amortización utilizando o exemplo numérico anterior. Habería que devolver un capital de 1000 € no instante t=0, tendo para iso, por exemplo, 10 anos como máximo. Neste caso, segundo a fórmula anterior, se durante os 4 primeiros anos non se devolvese nada e no quinto 450 €, actualizando o devandito valor ao momento 0, obteríase un valor en 0 de 234,91 €, por tanto, quedaría pendente 765,09 €. Se no oitavo ano devolvérase 800 €, o valor do devandito importe no momento 0 sería de 407,27 €, por tanto, quedarían pendentes 357,82 €, que terían un valor de 708,75 € no caso de que se devolveran no último ano.

É dicir, como puidemos comprobar, co uso deste tipo de leis, podemos establecer unha liberdade case plena de amortización de empréstitos, de modo que o prestatario sería quen decidise cando e que cantidade devolver en función das súas necesidades e posibilidades. Cremos que este feito podería ter aplicacións prácticas tanto a nivel microeconómico como macroeconómico: usando este tipo de fórmulas, nos problemas de débeda dos distintos países, poderiamos recibir un capital no momento oportuno e decidir cando devolvelo en función das expectativas ou da liquidez futura.

Outra forma de utilizar a proposta de lei de capitalización dada por f1 sería combinándoa cos métodos tradicionais, de modo que establecemos como cota de interese a diferenza de valor no tempo do capital. Segundo isto, se se pretende devolver 100 € do principal cada ano durante 10 anos, xeraríase o cadro de amortización da Táboa 1. Deixamos que o lector faga a tarefa de utilizar as leis xeradas polas funcións f_2, f_3 y f_4, entre outras, en casos similares para poder apreciar as diferenzas entre uns casos e outros.

Táboa 1. Exemplo de cadro de amortización utilizando unha lei baseada na función f_1.

Ano	Anualidade	Cota de interese	Cota de amortización	Total amortizado	Saldo
0					1.000,00
1	152,36	52,36	100,00	152,36	900,00
2	173,81	73,81	100,00	326,17	800,00
3	183,27	83,27	100,00	509,44	700,00
4	188,39	88,39	100,00	697,83	600,00
5	191,56	91,56	100,00	889,39	500,00
6	193,71	93,71	100,00	1.083,10	400,00
7	195,26	95,26	100,00	1.278,36	300,00
8	196,43	96,43	100,00	1.474,79	200,00
9	197,34	97,34	100,00	1.672,13	100,00
10	198,08	98,08	100,00	1.870,20	0,00

Fonte: elaboración propia

5. CONCLUSIÓNS

O estudo matemático das propiedades (referímonos aquí ás que teñen máis contido dende o punto de vista financeiro) das funcións presentadas antes non é difícil nos casos particulares: pode bastar cunha representación gráfica ou unha folla de cálculo para facerse unha idea do efecto que pode producir o seu uso. Ademais, ao poder utilizarse funcións tan distintas, os resultados poden resultar interesantes en casos específicos, ata singulares. Nembargantes, a utilización de leis de capitalización e desconto alternativas das xa existentes pode quedar nunha excentricidade matemática se non se xustifica a súa posible utilidade no mundo real da Economía ou da Empresa. Aínda que xa se desenvolveron algúns estudos preliminares con respecto ás propiedades dalgunhas familias concretas de leis, habemos de recoñecer que, realmente, aínda non se atoparon aplicacións demasiado rechamantes (desde o punto de vista do sector bancario) nas que se poida chegar a un consenso sobre a utilización doutras leis distintas das habituais (máis aló da vantaxe que pode supoñer o comportamento exacto dun capital no futuro ou a posibilidade que brinda contratar empréstitos con gran liberdade en canto aos períodos de amortización).

No entanto, na actualidade estamos estudando a posibilidade de propoñer estas novas leis de capitalización e desconto a problemas relevantes de cancelación de débedas. Un exemplo concreto disto é o das débedas que os países pobres ou en vías de desenvolvemento deben devolver aos países ricos: aplicando estas funcións á débeda poderiamos obter unha moratoria para a devolución do capital que lles permitiría recuperarse economicamente antes de comenzar a devolver o capital, sen ser penalizados por iso mediante unha acumulación progresiva de intereses.

Por outra banda, cremos que os empresarios e directivos, sobre todo no campo das Finanzas, poderían estar interesados en simular o comportamento deste novo sistema para resolver problemas particulares; dende estas liñas, os autores brindan o seu apoio co fin de dotar dun sentido máis concreto a análise matemática que están realizando. Confiamos en poder superar o receo de facer desaparecer as flutuacións do valor do diñeiro, pois a crise actual debeunos ensinar que a especulación non é positiva e que fai falta poñerlle límites na medida do posible.

Malia o presentado, cremos que a parte máis interesante deste traballo está por facer: atopar situacións totalmente adecuadas ás leis de capitalización e desconto alternativas e establecer as relacións que se deberan dar entre as leis e a conxuntura económica. No caso de que non se considerasen coherentes tales aplicacións ou relacións, a resposta ao título deste traballo sería negativa. Con todo, temos fundadas esperanzas en atopar axiña algunhas situacións que se poidan resolver, ou tratar adecuadamente, con leis apropiadas, como as relacionadas con situacións de crise financeira conxuntural. Estas situacións deberían ser suficientes para promocionar o uso das estratexias propostas. Mentres tanto, suxerimos a análise de conceptos tradicionalmente útiles, como a taxa efectiva e a taxa nominal, os tantos equivalentes, etc. Ata recomendamos a amortización de empréstitos baseándose en leis diferentes das xeralmente utilizadas hoxe en día. Se se consegue un respaldo pragmático, estes estudos académicos poden servir para captar o interese dos expertos en Matemática Financeira e nas Ciencias Actuariais.

Aínda que é certo que hai quen considerará innecesaria esta nova aproximación que se propón aquí, tamén se pode considerar unha oportunidade para tratar situacións complicadas dende un punto de vista alternativo. En canto ás obxecións que poidan xerarse polos resultados anómalos que ocorren, de feito, en situacións concretas para familias de funcións específicas, debemos recordar que tampouco as leis tradicionais están exentas de ocorrencias absurdas, como a posibilidade de obter valoracións de capitais negativas (no desconto comercial) ou que a inflación sexa superior ao interese, por poñer só un par de exemplos. Como xa se viu, posiblemente a maior debilidade da nosa proposta sería conseguir que uns novos convenios sexan xeralmente aceptados polos usuarios: bancos, empresas, clientes individuais, nacións, etc., pero ese reto será sen dúbida máis sinxelo de abordar cando a técnica axude a resolver problemas empresariais reais.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, C.B. (1969): *Historia de la Matemática*, Madrid: Alianza Editorial.

CHICHILNISKY, G. (1997): "What is sustainable development?" *Land Economics*, 73(4), pp. 467-491.

CLARK, W.E. (2006): *The Aryabhatiya of Aryabhata: An Ancient Indian Work on Mathematics and Astronomy*, Kessinger Publishing, Nueva York (trabajo original publicado en 1930).

DIJKSTERHUIS, E.J.; STRUIK, D.J. (Eds.) (1955-1965): *The Principal Works of Simon Stevin*, Swets and Zeitinger, Ámsterdam.

FEDRIANI, E.M.; HINOJOSA, M.Á. (2005): "Resumen histórico de la docencia de las Matemáticas", *SUMA*, 50, pp. 31-36.

VALLS, M.C.; CRUZ, S. (2000): "Las curvas de indiferencia y las propiedades de las leyes financieras", *Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa*, 9(1), pp. 97-104.