

## SIGNIFICADO INSTITUCIONAL REFERENCIAL DE LA FUNCIÓN AFÍN Y ECUACIÓN LINEAL EN LA ECONOMÍA<sup>1</sup>

**Enedina Rodríguez\* - Carmen Valdivé\*\***

\* Magister en Matemática Aplicada, Magister en Gerencia y Magister en Matemática Mención Enseñanza, profesora de Matemática de la UNA.

\*\* Dra. en Educación, profesora de Matemática de la UCLA-DAC, adjunta a la coordinación de investigación del DAC, PPI nivel I

### RESUMEN

El trabajo que se presenta forma parte de una investigación más amplia que pretende analizar desde el modelo Ontosemiótico (Godino, 1996, 1999) una lección de la función afín y ecuación lineal en la Economía. En este avance, interesa mostrar las ideas precursoras de los conceptos de función Demanda, función oferta, curva de demanda, oferta y punto de equilibrio, a partir de los problemas que la originaron y desde su primera forma simple a su formato actual y las entidades matemáticas que se ponen en juego de este contenido en los libros texto, en los cuales se identifican los diferentes campos de problemas, procedimientos, lenguaje y otros elementos que permitan mostrar el significado de la formulación matemática en estos conceptos. El estudio es de tipo exploratorio y descriptivo enmarcado en el enfoque Ontosemiótico, puesto que las prácticas discursivas y operativas se analizan tomando en cuenta la ontología de objetos intervinientes. Es por ello que se asume como objetivo primordial el análisis del significado institucional de los mencionados conceptos tomando como referencia los textos de Monchón (2005) y Arya y Lardner (2005) y en la evolución histórica a Cournot (1838), Ruiz (1998), Ramos De Pacía (2005), Dalcin y Olave (2007) y Gascón (2008). Entre otras conclusiones, el análisis reveló: (1) En el Texto de Monchón (2005) se destaca un lenguaje en términos económicos, tabular y gráfico y guarda relación con la evolución histórica del pensamiento económico; (2) En el Texto de Arya y Lardner (2005) se destaca un lenguaje matemático y muy pocas situaciones problemas y (3). En el significado histórico se destaca un lenguaje verbal, gráfico y notacional.

Palabras clave: Enfoque ontosemiótico, entidades primarias, significados, significado institucional de referència.

Recibido: 24/03/2010 - Corregido: 12/07/2010 - Aprobado: 27/08/2010

**INSTITUTIONAL BENCHMARK MEANING OF AFFINE FUNCTION AND LINEAR EQUATION IN THE ECONOMY****Enedina Rodríguez\* - Carmen Valdivé\*\***

\* Magister en Matemática Aplicada, Magister en Gerencia y Magister en Matemática Mención Enseñanza, profesora de Matemática de la UNA.

\*\* Dra. en Educación, profesora de Matemática de la UCLA-DAC, adjunta a la coordinación de investigación del DAC, PPI nivel I

**ABSTRACT**

The work which appears form leaves from one more an investigation ampler than it tries to analyze from the Ontosemiótico model (Godino, 1996, 1999) a lesson of the compatible function and linear equation in the Economy. In this advance, it interests to show to the precursory ideas of the function concepts Demand, function it supplies, demand curve, it supplies and balance point, from the problems that originated and from his first simple form to their present format and the mathematical organizations that put into play of this content in books text, in which, they identify the different fields from problems, procedures, language and other elements that allow to show the meaning of the mathematical formulation in these concepts. The study is of framed exploratory and descriptive type in the Ontosemiótico approach, since the discursive and operative practices are analyzed taking into account the ontology from intervening objects. It is for that reason that assumes like fundamental objective the analysis of the global institutional meaning of the mentioned concepts taking like reference the texts of Monchón (2005) and Arya and Lardner (2005) and in the historical evolution to Cournot (1838), Ruiz (1998), Ramos De Pacía (2005), Dalcin and Olave (2007), Gascón (2008). Among other conclusions, the analysis revealed: (1) In the Text of Monchón (2005) a language in economic terms stands out, tabular and graphical and keeps relation with the historical evolution from the economic thought; (2) In the Text of Arya and Lardner (2005) a mathematical language stands out and very few situations problems and (3) In the historical meaning a verbal language, graphical and notacional stands out.

Key words: Ontosemiótico approach, primary Organizations, meaning, referential institutional meaning.

## SIGNIFICADO INSTITUCIONAL REFERENCIAL DE FUNÇÃO AFIM E EQUAÇÃO LINEAR NA ECONOMIA

**Enedina Rodríguez\* - Carmen Valdivé\*\***

\* Magister en Matemática Aplicada, Magister en Gerencia y Magister en Matemática Mención Enseñanza, profesora de Matemática de la UNA.

\*\* Dra. en Educación, profesora de Matemática de la UCLA-DAC, adjunta a la coordinación de investigación del DAC, PPI nivel I

### RESUMO

O trabalho apresentado faz parte de uma pesquisa que visa analisar, a partir do modelo ontosemiótico (Godino, 1996, 1999) uma função de aula relacionados e equação linear na economia. Neste processo, interessado em mostrar as idéias pioneiras dos conceitos de função de demanda, função oferta, a curva de demanda, oferta e equilíbrio, a partir dos problemas que deram origem e desde a sua primeira forma simples de seu formato atual e entidades matemática em jogo este conteúdo em livros de texto em que identificam as diferentes áreas de problemas, procedimentos, linguagem e outras provas para demonstrar o significado da formulação matemática destes conceitos. O estudo é exploratório e descritivo em abordagem ontosemiótico enquadrado, como discurso e as práticas operacionais são discutidos tendo em conta a ontologia dos objetos envolvidos. É por isso que nós assumimos que o principal objectivo da análise institucional sobre o significado desses conceitos, por referência aos textos de Monchón (2005) e Arya e Lardner (2005) e da evolução histórica Cournot (1838), Ruiz (1998) Ramos De Pacia (2005), Dalcin e Olave (2007) e Gascon (2008). Entre outras conclusões, a análise revelou: (1) No texto Monchón (2005) ressalta uma língua em termos económicos, tabular e gráfica e se relaciona com a evolução histórica do pensamento econômico (2) No texto Arya e Lardner (2005) destaca uma linguagem matemática e muito poucas situações e problemas, e (3) A importância histórica é enfatizada pelo verbal, gráfica e de notação.

Palavras chave: Focus ontosemiótico, entidades primárias, significados, sentido institucional de referencia.

## **Introducción**

Los problemas que presentan los estudiantes cuando se inician en los cursos universitarios de Matemática son variados. Entre ellos se destaca la complejidad y esencia de los contenidos matemáticos presentes en el diseño curricular, por ello resulta importante el “significado” que estos le atribuyen a las expresiones, términos y símbolos matemáticos, conceptos y proposiciones, el cual está íntimamente asociado a los problemas y a la actividad realizada para su resolución, acto que está ligado a la “comprensión”.

En tal sentido, Godino y sus colaboradores han desarrollado en tres (3) etapas un conjunto de nociones teóricas que configuran un Enfoque Ontológico y Semiótico (EOS) de la Cognición e Instrucción Matemática, en el cual se entiende el significado como el sistema de prácticas (operativas y discursivas) realizadas por una persona o institución (escuela, libros textos, una clase, etc.) para resolver un campo de problemas, noción clave para analizar la actividad matemática y los procesos de difusión del conocimiento matemático. Este artículo hace un análisis de uno de los recursos que le permite al alumno apropiarse de un conocimiento matemático como son los libros textos y de la evolución histórica de la función afín y la ecuación lineal en la economía, dejando reflexiones sobre la transposición de significados que sufren los objetos matemáticos para convertirse en significados a enseñar.

## **El Problema**

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, uno de los recursos para apropiarse de un conocimiento matemático son los libros textos, además de las explicaciones del profesor. Estos elementos, junto con los diseños curriculares, son fundamentales en la construcción de esos conocimientos, a lo cual Godino (citado por Valdivé, 2006) denomina significado, palabra clave en la Didáctica de la Matemática.

En relación con el planteamiento anterior, los textos y documentos de estudio juegan un papel importante en la dirección del proceso de instrucción de las matemáticas. Para varios investigadores en Didáctica de la Matemática, “los textos permiten al alumno afrontar el estudio de los contenidos curriculares de manera independiente, donde el profesor es el mediador entre el libro texto y el alumno” (Godino, Contreras y Font, 2006; p.6). Por ello, los contenidos matemáticos de los libros textos y documentos escritos, deben tener un alto grado de representatividad y relación con la evolución histórica de los

conocimientos matemáticos; asimismo con otros libros que sirven de explicación adicional a estos conocimientos que para tal fin son señalados como referencia bibliográfica.

El modelo EOS aceptado por la comunidad de educadores matemáticos, plantea la teoría de los objetos institucionales y personales, así como la teoría de las funciones semióticas, basado en los trabajos sobre significado y comprensión de los objetos matemáticos. En el EOS, la actividad matemática o práctica ocupa el lugar central y se modeliza desde una perspectiva sistémica. De estas prácticas emergen progresivamente los objetos matemáticos constituyentes del conocimiento objetivo, *objetos institucionales* y los del conocimiento subjetivo *objetos personales* (Godino y Batanero, 1994).

Al respecto, Godino (2003), incluye cuatro tipos de significados para el significado institucional: (a) *Significado institucional de referencia* (el significado del concepto según los “expertos”, la historia de dicho objeto, las orientaciones curriculares, etc.) (b) *Significado institucional pretendido* (sistemas de prácticas que se planifica sobre un objeto matemático para un cierto proceso instruccional) (c) *Significado institucional implementado* (sistemas de prácticas que efectivamente tiene lugar en clases de matemática) (c) *Significado institucional evaluado* (colección de tareas o cuestiones que incluyen en las pruebas de evaluación y pautas de observación de los aprendizajes).

En la investigación que se muestra en este manuscrito, tiene como objetivo primordial el análisis bajo el enfoque ontosemiótico de los textos de Monchón (2005), Arya y Lardner (2005) y de la evolución histórica de la función afín y la ecuación lineal en la economía. Por ello se hace especial uso del significado institucional de referencia debido a que se requiere realizar un estudio histórico-epistemológico sobre el origen y evolución de este objeto matemático y según los diferentes libros de texto anteriormente señalados, el cual sirva de comparación con el significado institucional pretendido para describir cómo es la transposición de significados que sufren los objetos matemáticos para convertirse en significados a enseñar, a través del diseño curricular, lo cual requerirá de un nuevo artículo para su divulgación.

### **Algunas de las herramientas teóricas del enfoque ontosemiótico (EOS) de la cognición e instrucción matemática**

El enfoque Ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS)

(Godino, 2003), se configura entorno a los siguientes tres modelos teóricos:

- Teoría de los significados institucionales y personales desarrolla las nociones de significados institucionales y personales de un objeto matemático, basada en la teoría antropológica Chevallard y los supuestos básicos de la filosofía Wittgenstein (Godino y Batanero, 1994)
- Teoría de las funciones semióticas que basada en presupuestos lingüísticos Hjelmslev (1943) y Eco (1995), desarrollan una ontología y una semiótica que sirve de apoyo para analizar los significados sistémicos (Godino, 2004)
- Teoría de las Configuraciones Didácticas (Godino, et al, 2006), modeliza la enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático como un proceso estocástico multidimensional compuesto de seis subprocesos (epistémico, docente, discente, mediacional, cognitivo y emocional), con sus respectivas trayectorias y estados potenciales.

En esta sección se van a introducir algunas herramientas del enfoque Ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. En concreto, se describen los siguientes constructos: entidades matemáticas y significados institucionales, pues son las herramientas de estudio.

### **Entidades primarias**

En el EOS se considera como objeto o entidad matemática, “todo aquello que pueda ser indicado, todo lo que pueda señalarse, o a lo cual puede hacerse referencia en toda actividad matemática” (Godino, 2003, p. 5). Según las diversas funciones desempeñadas por estas entidades en el trabajo matemático, se tipifican como: situaciones, acciones, lenguaje, conceptos, reglas, propiedad, argumentaciones, denominadas entidades primarias.

Asimismo, en Godino (2003), se especifican las siguientes funciones de cada entidad en la actividad matemática:

1. Lenguaje: términos, expresiones, notaciones, gráficos. En sus diversos registros, escrito, oral, gestual.
2. Situaciones: problemas más o menos abiertos, aplicaciones extra matemáticas o intra matemáticas, ejercicios. Son las tareas que inducen la actividad matemática.
3. Conceptos (introducidos mediante definiciones o descripciones) números, recta, punto, función.
4. Proposiciones: propiedades o atributos de los objetos mencionados, que suelen darse como enunciados.

5. Acciones: procedimientos del sujeto ante las tareas matemáticas (operaciones algoritmos, técnicas de cálculo, entre otras).

6. Argumentaciones: enunciados usados para validar o explicar las proposiciones o procedimientos, sean deductivos o de otro tipo. Estos seis tipos de objetos, que podemos calificar de matemáticos porque se ponen en juego en la actividad matemática, son los constituyentes primarios de otros objetos más complejos u organizaciones matemáticas, como los sistemas conceptuales, teorías, etc.

Cada una de ellas puede tener un papel representacional (se ponen en lugar de) o instrumental (instrumentos de la actividad matemática). Las situaciones problemas son las promotoras y contextualizadoras de la actividad matemática y, junto con las acciones (algoritmos, operaciones, procedimientos) constituyen el componente práctico de las matemáticas. Los otros conceptos, definiciones, proposiciones y argumentaciones, desempeñan un papel normativo.

### **Significado institucional**

Una característica que presentan los significados y objetos personales es que son fenómenos individuales, pero al estar inmerso el sujeto en instituciones donde necesariamente se dan interacciones, tiene también un carácter colectivo. Por tanto cualquier análisis que los abordara desde uno sólo de estos aspectos resultará reduccionista, por este motivo en el EOS (Godino y Batanero, 1994) se introducen las instituciones, los objetos institucionales y los significados institucionales. Al respecto, en el EOS se definen los objetos institucionales (OI) como “emergente del sistema de prácticas sociales asociadas a un campo de problemas” (Godino y Batanero, 1994, p. 340); asimismo señalan respecto al carácter social del sistema de prácticas que es observable, en ella se encuentran: descripciones de problemas, representaciones simbólicas, definiciones de objetos, enunciado de proposiciones y procedimientos entre otros. En cuanto el significado de un objeto institucional OI: “Es el sistema de prácticas institucionales asociadas al campo de problemas de las que emerge OI en un momento dado” (Godino y Batanero, 1994, p. 340).

Ramos De Pacía (2005) señala con relación al objeto institucional los siguientes aspectos: (1) Las personas distinguen entre sus objetos personales y los objetos institucionales, cuando hablan de sus objetos personales utilizan

el discurso en primera persona, mientras que al hablar de los objetos institucionales utilizan el discurso en tercera persona, (2) Un objeto institucional implica la generación de una regla de comportamiento compartida por toda la institución.

### **Ideas precursoras: función demanda, función oferta, curva de demanda, oferta y punto de equilibrio**

En el análisis de los trabajos de Cournot (1838), Marshall (1890), Arrow e Intriligator (1999), Cámara (2000) entre otros, el estudio de las condiciones y consecuencias que rodea la inclusión de las matemáticas en los modelos económicos tiene su propia historia. Los instrumentos matemáticos más antiguos son los ejemplos numéricos, la representación diagramática y el instrumento de mayor uso, desde un principio por los economistas en la construcción de las teorías económicas es el cálculo diferencial, además del cálculo integral, y el álgebra matricial.

*En el siglo XVIII*, la demanda y la oferta no son consideradas una variable económica o no existía una teoría matematizable de las mismas, se definen en términos más o menos biológicos. Según García (1969) esta palabra tiene dos sentidos uno psicológico o potencial y otro económico o real. Algunos economistas de este siglo tenían una visión clara de una economía que contaba con varias partes interrelacionadas, entre ellos Quesney en 1758 ideó la tabla Económica, para trazar el flujo de producción anual entre los diversos sectores de la economía (Scheifler, 1995).

*En el Siglo XIX*, Cournot en 1838, con la publicación de sus "Investigaciones acerca de los principios matemáticos de la teoría de las riquezas" utilizó en forma sistemática los principios del análisis matemático, al igual que sus antecesores, captando el proceso económico en términos de relaciones funcionales y no como relaciones numéricas. Cournot es considerado el primero que desarrolló un modelo matemático para explicar las leyes de la oferta y demanda, la cual enuncia de la siguiente manera ... *La venta o la demanda anual D es, para cada mercancía*, una función particular  $F(p)$  del precio  $p$  de la mercancía (Cournot, citado por Ávila s/f, p. 3). El autor comenta que conocer la forma de esta función será conocer la "ley de Demanda o Ventas"; esta se expresa simbólicamente como  $D = F(p)$ , la cual admite que es una función continua, debido a que de esta manera gozaría de las propiedades de las funciones con esta naturaleza y sobre las que se basan las aplicaciones

en el análisis matemático. Las variaciones en la demanda serán sensiblemente proporcionales a las variaciones del precio, mientras estas sean una pequeña variación del precio. La función es decreciente, ya que un aumento en el precio será una disminución de la demanda y de acuerdo al cálculo diferencial

$$F'(p) = \frac{dD}{dp} < 0 \quad (\text{Barrios y Carrillo, 2005}).$$

Para definir la expresión  $D = F(p)$ , Cournot admite que  $D$  representa la demanda total y relativa a una unidad de tiempo un año, debido a que en este tiempo se reproducen todas las necesidades del hombre y los productos que de la naturaleza extrae y su trabajo, además de ser la unidad natural de tiempo en las investigaciones económicas y  $p$  es el precio anual medio. La curva de demanda de esta función será "...la media de todas las que la representarían en diversas épocas del año" (Cournot, 1838; p. 46).

Asimismo, Barrios y Carrillo (2005), indican que Cournot destaca el hecho de que en la función de demanda intervienen otros factores, a parte del precio, la demanda depende evidentemente de la utilidad del bien, la naturaleza de los servicios que pueda proporcionar o de las satisfacciones que procura de los hábitos y costumbres del pueblo, de la riqueza media y de la escala con arreglo a la cual esté repartida la riqueza. Además representa Cournot, las curvas de oferta y demanda y expuso en términos gráficos y analíticos la formación del punto de equilibrio.

En 1841, según Vásquez (2002), Rau Heinrich Karl utilizó un diagrama para describir la formación del punto de equilibrio, algunos economistas lo consideran el precursor del diagrama de las tijeras de Marshall. Karl tenía las ideas claras respecto al concepto de oferta, demanda y punto de equilibrio competitivo a corto y largo plazo. Para este autor, el efecto de las variaciones de la oferta y la demanda sobre el precio del mercado depende de la pendiente de las curvas de oferta y demanda, además de advertir de que su análisis es válido sólo bajo las condiciones de **ceteris paribus**, en el supuesto de que varíe sólo el precio, permaneciendo constante la necesidad de la mercancía y la renta del consumidor.

En 1870, según Fernández (2003), Jenkin publica en su obra *The Graphic Representation of the Laws of Supply and Demand, and their Application to Labour* curvas de oferta y demanda, tratándolas explícitamente como funciones. Representó en un sólo gráfico un sistema de dos ecuaciones (oferta y demanda) con dos incógnitas (precio en chelines y cantidad en quarters).

Expresa simbólicamente la demanda como  $D = F(1/x)$ , donde  $x$  es el precio. Comenta que la dependencia de la demanda del precio puede ser válida en el mercado, en cualquier día. La función oferta es  $S = F(x)$ , con lo que el precio  $x$  puede determinarse, siempre que las cantidades demandas y ofertadas varíen según un precio fijo y exclusivamente como respuesta a cambios en el precio. Además, presenta en un gráfico las curvas de demanda y oferta, los excedentes del consumidor y del productor como áreas situadas respectivamente entre la línea del precio y el equilibrio

En 1874, de acuerdo al análisis de Zarategui (2002), Walras define y expresa matemáticamente y gráficamente la curva de la demanda, apoyándose en los trabajos de Cournot de la escuela francesa. Además, la función de la demanda Warseliano, es producto de un programa de maximización de la utilidad en el que los precios y las rentas son los parámetros. La expresión matemática es  $x_i = D(p, m)$  donde  $p = (p_1, \dots, p_n)$ , es homogénea de grado cero en  $p$  y  $x$ . Es convexa y cumple con la ley de Walras  $p^* \cdot x = w$  para todo  $w$ .

En 1890, Marshall, a quien se le considera el autor central de la teoría de la demanda, presenta su *opus magna* "Principios de Economía". Define el mercado y las relaciones demanda, oferta y punto de equilibrio. Evitó en su escrito la aplicación de la matemática. Consideraba que estas eran un obstáculo en su objetivo para presentar a la Economía como un instrumento de cambio social. Todos sus análisis matemáticos los expone en un Apéndice Matemático al final de su obra. Según García (1969), la función de demanda, en su forma Marshalliana, *estudia la relación entre el precio y la cantidad, suponiendo constante a todo lo demás* (p.122). Su forma matemática sería:  $X = L(p, p_1, \dots, p_i, \dots, p_n, y, g, o)$ . Esto, referido a relaciones primarias que afectan la demanda, la oferta y el precio de un bien, entre las cuales se encuentran el precio, el precio de otros bienes, los gustos, la renta o riqueza, etc. Al suponer estas fuerzas constantes con la frase **ceteris paribus**, no se pierde el rigor analítico. El precio de otros bienes, los gastos, la renta o riqueza, etc. lo considera constantes. La única variable que influye en la cantidad demanda es el precio, y la función demanda tomará la forma:  $X = L(p)$ . El aporte hecho por Marshall (1890) a través de su **ceteris paribus** ha sido de enorme utilidad, especialmente para la microeconomía moderna.

### Metodología

El estudio es de tipo exploratorio y descriptivo enmarcado en el enfoque

Ontosemiótico. En este artículo se presenta la técnica de análisis de un texto matemático que registra la actividad matemática desarrollada por los sujetos participantes propuesto por Godino (2003). Esta se desarrolla en tres etapas, a saber: (1). Su descomposición en unidades; (2). La identificación de las entidades puestas en juego; (3). Identificación de las funciones semióticas que se establecen entre las mismas por parte de los distintos sujetos. En la investigación se desarrolla sólo el análisis de la segunda etapa ya que permite identificar el sistema de entidades que se ponen en juego en el estudio del contenido matemático: Ecuación de la Demanda; Ecuación de la Oferta y Análisis del Punto de Equilibrio; los cuales requerirán procesos instruccionales específicos.

La muestra analizada consistió de dos (2) libros de texto (Monchón, 2005; y Arya y Lardner, 2005), seleccionados por ser los utilizados en dos universidades de la región donde se desarrollan las licenciaturas en Administración y Contaduría, a saber: Universidad Nacional Abierta-Núcleo Lara y Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado. Para la historia, se analizan 14 registros escritos entre (3) tesis doctorales, (8) trabajos de investigación y (3) libros textos. Este análisis histórico se hizo dividiendo en épocas y aspectos resaltantes el contenido matemático pretendido.

El instrumento empleado para la identificación de las entidades matemáticas del significado institucional de referencia: Texto I: Monchón (2005), Texto II: Arya y Lardner (2005) y el Significado histórico del contenido matemático referido fue una tabla de 4 columnas: en la primera de la izquierda se colocan los elementos de las entidades matemáticas y en las columna de la derecha la descripción del Texto I, Texto II y significado histórico para cada entidad matemática. Ésto permite obtener información acerca de las características del significado institucional referencial del contenido matemático pretendido.

## **Resultados**

### **Entidades matemáticas del significado institucional Referencial**

**Texto I:** Monchón F. (2005). Economía, Teoría y Práctica. España: Editorial. Mc Graw Hill. Quinta Edición, se encuentran las siguientes entidades:

-El Lenguaje empleado para los términos demanda, oferta y punto de equilibrio es sencillo, claro, preciso, algebraico (simbólico) y en términos económicos. Se emplean las tablas y gráficos cartesianos para analizar las características de la demanda, oferta y del desplazamiento de la oferta y de la demanda (Del

lenguaje gráfico al numérico).

- Las situaciones problemas se presentan como ejemplos, los cuales se muestran como notas complementarias. Estos tratan de concretar y mostrar la demanda, oferta y el precio de equilibrio a partir de una representación tabular y gráfica. . La problematización de situaciones se presenta al final del capítulo como ejercicios y aplicaciones.

- Los conceptos matemáticos a emplear se encuentran en un apéndice previo titulado "Las Representaciones Gráficas". La forma de presentar el concepto es intuitiva, ya que el autor recurre a ejemplos y aplicaciones en la economía y se define al final de la sección el concepto de Función, inducidas por interrogantes referidas a una situación de la vida real.

- Las acciones que se emplean para analizar las características la demanda, oferta y punto de equilibrio son tablas y gráficos cartesianos; pero no se proponen actividades de formulación de las funciones demanda y oferta.

- Los argumentos empleados en el contenido del texto son de tipo representacional (muchos), instrumental y deductivos e inductivos.

- Entre las propiedades empleadas está las condiciones de *ceteris paribus*, criterios para graficar una función, relación entre dos o más variables y característica de la pendiente de una recta.

**Texto II** Arya J. y Lardner R. (2005). Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía. México: Editorial. Prentice Hall Hispanoamericana. 4a Edición, se encuentran las siguientes entidades:

-El lenguaje empleado es algebraico y simbólico. No se utilizan tablas, sólo representaciones gráficas que muestran el comportamiento de la ecuación demanda y oferta, así como representar el punto de equilibrio como la intersección de dos rectas.

-Las situaciones se establecen con pocos problemas contextualizados: para introducir el concepto tratado de manera superficial y que los alumnos no conocen, referidos a demanda, y ninguno para la oferta. Problemas contextualizados, ejercicios y ejemplos de ecuaciones de oferta y demanda para determinar el precio de equilibrio y cantidad de equilibrio.

-Los conceptos de demanda, oferta y punto de equilibrio se abordan inmediatamente y como ley de demanda y ley de oferta. Los mismos no son producto de una construcción, sólo se definen. Son tratados de manera sencilla, como una ecuación lineal. Se deducen, a partir del concepto de ley de demanda y ley de oferta.

- Los argumentos están en la dimensión ostensivo-no ostensivo en la mayoría de los casos. En términos económicos son concretos y otros abstractos aún no estudiados por el estudiante. El rol que desempeña la expresión y contenido es representacional y operativa o instrumental, y en la mayoría de los casos es deductiva.

- Este Texto incorpora en forma explícita pocas propiedades referidas a los contextos de administración y economía. En su mayoría sólo propiedades matemáticas (Criterios de linealidad, graficación de una ecuación, etc.).

- Al final de la sección se presentan una gran cantidad problemas propuestos de carácter extra-matemático e intra-matemático.

Cabe destacar que la presentación de cada sección referida a los conceptos que se analizan, se hace con una introducción a través de ejemplos de la vida diaria, en forma analítica y se tratan de fijar conceptos, sistematizarlos, estructurarlos y resumirlos. Además los contenidos guardan relación con la evolución histórica del pensamiento económico cuyas entidades matemáticas se analizan a continuación:

### **Significado Histórico**

-Lenguaje empleado para los términos demanda, oferta y punto de equilibrio es verbal en un principio, es una expresión que se emplea casi siempre para referirse a una cantidad presentada a la venta o una disposición subjetiva a vender, un “deseo” de poseer un bien. A partir de 1838, Cournot establece un concepto de riqueza el cual identifica con el término Valores Intercambiables, complementa este término posteriormente con el de demanda, y para él demanda es lo mismo que ventas, a estas tres palabras las considera sinónimas y se puede expresar mediante las siguientes igualdades  $\text{Valores intercambiables} = \text{Demanda} = \text{Ventas}$ , esto le permite enunciar la ley de la Demanda y define a la demanda como una Función que depende del precio. Posteriormente se define la función oferta y punto de equilibrio. Pueden observarse registros con un lenguaje en términos económicos y matemático, expresiones simbólicas, por ej.  $D=F(P)$ , notaciones y gráficas

- Situacional surgen de la realidad para responder a las preguntas: valor de cambio, relación entre el precio y las cantidades, si pueden los sindicatos aumentar los salarios, y afrontar dos respuestas negativas que se daban entonces, fundadas en la rigidez del fondo de salarios y de la oferta y la

demanda de trabajo entre otras.

- Las acciones empleadas por los diversos investigadores de estos tiempos nos encontramos con operaciones algebraicas, técnicas del cálculo diferencial e integral, trazado de curvas, entre otras.

- Entre las propiedades empleadas están: las condiciones de *ceteris paribus*, axiomas de funciones, características de las funciones aplicando los criterios de la derivada de una función, continuidad, convexidad, la primera ley de Jenkin, entre otras.

Cabe destacar que en las primeras investigaciones se observa poco rigor matemático, actúa mas como instrumento técnico, sin embargo, los conceptos y relaciones económicas van adquiriendo rigor y claridad en la expresión de los mismos logrando expresar la relación de dependencia entre las magnitudes cuantificables y diversos teoremas económicos. Entre los argumentos encontrados: demostraciones algébricas, formales deductivas, inductivas y razonamientos gráficos.

### **Conclusiones**

- En el Texto I se destaca un lenguaje sencillo, claro, preciso y en términos de Economía, además de utilizar lenguaje tabular (Tablas de cantidades demandas y precio, cantidades ofrecidas y precio, cantidades demandas - cantidades ofrecidas y precio) y gráfico (gráficos cartesianos de las curvas de demanda, oferta y oferta-demanda). Se presentan una serie de conceptos: previos ( en un apéndice anterior al capítulo 2 titulado "Las Representaciones Gráficas") y para los conceptos emergentes (demanda, cantidades demandas, función demanda, curva de la demanda, oferta, cantidades ofrecidas, función oferta, curva de oferta, equilibrio, precio de equilibrio, etc.), el autor recurre a ejemplos y aplicaciones en la economía.

Asimismo, las propiedades (por ejemplo *Ceteris Paribus*) que son necesarias para justificar las acciones (activo) y argumentos son de tipo representacional (muchos) e instrumental, deductivos e inductivos. Cabe destacar que define al final de la sección los conceptos de Función Demanda y Función Oferta, inducidas por interrogantes referidas a una situación de la vida real, sin embargo, no se proponen actividades de formulación de las mismas.

Las situaciones problemas son ejemplos, los cuales se presentan como notas complementarias, estos tratan de concretar y mostrar la demanda, la oferta y el precio de equilibrio a partir de una representación tabular y gráfica. La

problematización de situaciones se presenta al final del capítulo como ejercicios y aplicación. Además, el contenido guarda relación con la evolución histórica del pensamiento económico.

- En el Texto II, los términos son estudiados como objetos matemáticos. Se definen como ley de oferta y ley de demanda, como una ecuación lineal. Estos conceptos así como el de punto de equilibrio, no son producto de una construcción, el texto los define y luego los ilustra con pocos ejemplos, con un lenguaje algebraico y simbólico. Las características de las curvas de demanda y oferta se deducen, a partir del concepto de ley de demanda y ley de oferta. Los argumentos empleados son deductivos; asimismo las propiedades en su mayoría son matemáticas (Criterios de linealidad, graficación de una ecuación, etc.).

- El objeto función afín y ecuación lineal en la Economía ha evolucionado históricamente ligado a diferentes niveles de obstáculos, se pueden destacar creencias y convicciones, los esquemas de pensamiento y de conocimiento. Las funciones y en general el análisis funcional desempeñó un papel primordial en la formulación matemática de ciertos modelos económicos, particularmente la función afín y la ecuación lineal ha permitido analizar un fenómeno y establecer conclusiones en términos matemáticos, que luego deben contrastarse con la situación real, ya que las conclusiones e interpretaciones basadas en el modelo matemático deben ofrecer soluciones, explicaciones y probablemente pronósticos del comportamiento futuro del fenómeno económico.

- En el significado histórico se destaca un lenguaje verbal, gráfico y notacional. En cuanto a lo situacional surgen de la realidad para responder a las preguntas siguientes: valor de cambio, relación entre el precio y las cantidades, si pueden los sindicatos aumentar los salarios, y afronta dos respuestas negativas que se daban entonces, éstas fundadas en la rigidez del fondo de salarios y de la oferta y la demanda de trabajo entre otras.

En cuanto a las proposiciones empleadas por los diversos investigadores de estos tiempos nos encontramos con los condiciones de *ceteris paribus*, axiomas de funciones, características de las funciones aplicando los criterios de la derivada de una función, continuidad, convexidad En las primeras investigaciones se observa poco rigor matemático, actúa más como instrumento técnico, sin embargo, los conceptos y relaciones económicas van adquiriendo rigor y claridad en la expresión de los mismos logrando expresar la

relación de dependencia entre las magnitudes cuantificables y diversos teoremas económicos. Entre los argumentos encontrados: demostraciones algebraicas, formales deductivas, inductivas y razonamientos gráficos.

A continuación se presentan las tablas donde se listan las entidades matemáticas puestas en juego en una parte del contenido matemático, dada la extensión de un análisis completo se destacan las más resaltantes.

**Tabla 1. Entidades matemáticas del significado de referencia de la función demanda y ecuación de la demanda**

Entidades	Texto I	Texto II	Significado Histórico
Lenguaje	<p><b>Términos y expresiones</b>                      Cantidades demandadas, Demandar, Demanda, Bien, comprar, constantes</p> <p><b>Notación:</b>                      Q<sub>A</sub>: Cantidades demandadas                      P<sub>A</sub>: Precio de ese bien,                      Y: Renta                      P<sub>B</sub>: Precios de otros bienes                      G: Gustos de consumidores                      N: Tamaño del Mercado                      Q<sub>A</sub> = D(P<sub>A</sub>, Y, P<sub>B</sub>, G, N)  <b>Gráficos:</b> curva de demanda, demanda individual de mercado, desplazamiento de la Demanda.</p>	<p><b>Términos y expresiones</b>                      Demanda, cantidad x, precio artículo, consumidores, comprar, ley de demanda, nivel de precio, venderse, disminuye, proveedores, ofrecer, aumenta, vendedores, curva de demanda lineal, mercado competitivo, ajustarse, igualar, punto de intersección.</p> <p><b>Notación:</b>                      x, m, b                      P=mx+b                      P Precio por unidad                      m y b constantes</p> <p><b>Gráficos:</b> curva de demanda</p>	<p><b>Términos y expresiones</b>                      Valor de uso, Valor de cambio Satisfacción, deseos de bienes, Demanda, demandar, Cantidades demandadas, Demanda efectiva, bien, Demanda potencial, Demanda Anual o ventas, Ley de demanda o ventas, Precio, Función Continua, Función decreciente, Variaciones de la demanda, Variaciones del precio Disminución de la demanda, renta, Demandantes, comprador, ley de decrecimiento de la utilidad marginal, función demanda, ceteris paribus, elasticidad de la demanda, convexa; Valores intercambiables; <b>Notación:</b>                      D=f(p); X=L(p); D=f(1/x);                      x<sub>i</sub>=D(p, m);                      p=(p<sub>1</sub>,...P<sub>n</sub>)=precio;                      x=p=precio;</p> $F'(p) = \frac{dD}{dp} < 0$ <p>X= L (p, p<sub>1</sub>, ..., p<sub>n</sub>, ..., p, y, g, o).                      p<sub>1</sub>,...p<sub>n</sub>=precio de otros bienes y=renta; g=gustos; o=otros  <b>Gráficos:</b> curvas de demandas</p>

Continúa...

Entidades	Texto I	Texto II	Significado Histórico
<b>Situación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Ejemplos en los que se presenta una tabla de demanda y se muestran las curvas de demanda</li> <li>-Problemas contextualizados en los que se recogen tablas de demanda individual y de demanda del mercado y muestran las curvas de demandas de esas tablas, relación causa y efecto en la economía y del desplazamiento de la demanda</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Problemas contextualizados en los que se dan artículos a vender y precio.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Problemas extra-matemáticos para representar las curvas de demanda.</li> <li>-Problemas intra matemático para encontrar las condiciones de crecimiento o decrecimiento de una función particular <math>D=f(p)</math>, continua y de la función de Utilidad</li> </ul>
<b>Acciones</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Hallar la demanda en el mercado.</li> <li>-Obtener la curva de demanda.</li> <li>-Convertir los precios y cantidades demandas en una curva de demanda.</li> <li>-Explicar el modo de funcionamiento de la Economía e indicar como una serie de acontecimientos causa otra.</li> <li>-Analizar gráficamente el desplazamiento de la Curva de demanda.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Descontextualización del enunciado de los ejercicios y problemas.</li> <li>-Determinar la ecuación de demanda y gráficamente.</li> <li>-Cálculo de la pendiente.</li> <li>-Cálculo de la ecuación punto-pendiente.</li> <li>-Efectuar operaciones con números reales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Ejemplos numéricos</li> <li>-Obtener la Curva de Demanda.</li> <li>-Determinar si la función es decreciente aplicando el criterio de la primera derivada.</li> <li>-Reglas de derivación</li> </ul>
<b>Proposiciones</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Criterios para representar gráficamente una función.</li> <li>-Relación entre 2 o más variables.</li> <li>-Característica de la pendiente de una recta.</li> <li>-Condiciones de Ceterius Paribus.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Las propiedades de las operaciones con números reales.</li> <li>-Método para resolver un sistema de ecuaciones lineales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Criterios para representar gráficamente una función.-</li> <li>Propiedades de las funciones. Reglas de derivación.-Criterios de la primera derivada y segunda derivada de una función.-</li> <li>Característica de la pendiente de una recta.-</li> <li>Condiciones de Ceterius Paribus-Axiomas de completitud, Reflexividad, transitividad, monotonía, continuidad, convexidad</li> </ul>

Continúa...

Entidades	Texto I	Texto II	Significado Histórico
<b>Conceptos</b>	<p><b>Conceptos Previos</b>                      Mercado, Mercado de un producto Precio absoluto y relativo de un bien Representación gráfica, Costos de transacción, Relación matemática                      Mercado competitivo, libres, transparentes, intervenido, opaco                      Competencia imperfecta, Ceteris Paribus</p> <p><b>Conceptos definidos</b>                      Cantidad demandada, Demandar, Tabla de demanda, Demanda individual, Demanda del mercado Curva De Demanda                      Desplazamiento de la Demanda, Ley De Demanda Efecto Sustitución y Renta, Curva De Demanda, Función Demanda</p>	<p><b>Conceptos Previos</b>                      Costo lineal                      Punto de equilibrio                      Ecuación lineal                      Depreciación lineal</p> <p><b>Conceptos definidos</b>                      Ley de demanda</p>	<p><b>Conceptos Previos</b>                      Teoría del valor                      Teoría de la Utilidad Marginal                      Ceteris Paribus, Valor de uso                      Valor de cambio                      Satisfacción                      Demanda efectiva, Demanda potencial                      Función Utilidad</p> <p><b>Conceptos definidos</b>                      Función Demanda                      Desplazamiento de la Demanda                      Curva de demanda</p>
<b>Argumentos</b>	<p>Gráficos (Razonamientos)                      La función demanda es una relación matemática.                      Tabla de demanda muestra la relación entre el precio de un bien y la cantidad demandada. La curva de demanda refleja los aumentos en la cantidad demandada cuando el precio reduce. Deductivos a partir de las definiciones.</p>	<p>Razonamientos gráficos. Deductivos a partir de la definición.</p>	<p>Razonamientos gráficos. Deductivos a partir de la definición.                      Inductivos. Cálculo diferencial</p>

Nota: El esquema es una adaptación del propuesto en “Análisis del proceso de Instrucción del álgebra Abstracta en la Universidad Nacional Abierta desde una Perspectiva Semiótica-Didáctica” por Chacón (2006, p. 56.)

**Tabla 2. Entidades matemáticas del significado de referencia de la función oferta y ecuación de la oferta.**

Entidades	Texto I	Texto II	Significado Histórico
Lenguaje	<p><b>Términos y expresiones</b> Ofrecer, vender. Cantidad ofrecida, bien. Precio del bien. Tabla de oferta. Ley de la oferta. Relación directa. Representación gráfica. Período de tiempo Concreto. Precio de otros bienes. Precio de los factores productivos. La tecnología, Número de empresas. QA = O(P<sub>A</sub>, P<sub>B</sub>, F, Z, H) <b>Notación:</b> Precio del bien (P<sub>A</sub>); Período de tiempo Concreto (Q<sub>A</sub>); Precio de otros bienes (P<sub>B</sub>); Precio de los factores productivos (F); La tecnología (Z); Número de empresas (H). <b>Gráficos:</b> Gráficas de la curva de oferta.</p>	<p><b>Términos y expresiones</b> Oferta, cantidad x, precio artículo, consumidores, nivel de precio, venderse, disminuye, proveedores, ofrecer, aumenta, vendedores, ley de la oferta, curva de oferta mercado Competitivo, ajustarse, igualar, punto de intersección, P= mx +b <b>Notación:</b> x, m, b, P precio por unidad m y b constantes , <b>Gráficos:</b> Representación gráfica de la curva de oferta</p>	<p><b>Términos y Expresiones</b> Ofertantes, variaciones de la Oferta, precio del mercado, Curvas de oferta, costos de producción, ceteris paribus, necesidad de la mercancía, la renta del consumidor, poseedores, cantidades ofertadas, venderse, Función oferta. S = F(x), S= f(A +x)  <b>Notación:</b> x es el precio P precio <b>Gráficos:</b> Representación gráfica de la curva de oferta.</p>
Situaciones	Ejemplos donde se presenta una tabla de oferta y curvas de oferta individual y de mercado.		Ejemplos gráficos de la curva de oferta. Ejercicios numéricos, y problemas contextualizados sobre el pago de salarios.
Acciones	Convertir los precios y cantidades ofrecidas en curvas de oferta		Aplicar los criterios de la primera derivada
Proposiciones	Criterios para representar gráficamente una función. Ley de la oferta. Relación entre la cantidad ofrecida y el precio. Ley de los rendimientos decrecientes. Cláusula "ceteris paribus" Característica de la pendiente de una recta	Las propiedades de las operaciones con números reales. Método para resolver un sistema de ecuaciones lineales. Relación entre la cantidad ofertada x y el precio p	Las propiedades de la derivada Criterios de la primera derivada Relación entre la cantidad ofertada x y el precio p. Cláusula "ceteris paribus" Criterios para representar gráficamente una función. Característica de la pendiente de una recta

Continuación...

Entidades	Texto I	Texto II	Significado Histórico
<b>Conceptos</b>	<p><b>Conceptos Previos</b>                      Vender Representación gráfica de una función afín Ofrecer Precio, Relación matemática</p> <p><b>Conceptos definidos</b>                      Cantidad ofrecida, Tabla de oferta individual, Tabla de oferta, Ley de la oferta, Curva de oferta, Función de oferta</p>	<p><b>Conceptos Previos</b>                      Costo lineal Punto de equilibrio Ecuación lineal Depreciación lineal</p> <p><b>Conceptos definidos</b>                      Ley de la oferta</p>	<p><b>Conceptos Previos</b>                      Costos de producción, Vender, Utilidad</p> <p><b>Conceptos definidos</b>                      Oferta, Ley de oferta</p>
<b>Argumentos</b>	<p>Ofrecer es tener la intención o estar dispuesto a vender. Existencia de una relación entre el precio y la cantidad ofrecida. La función oferta es una relación matemática.</p>	<p>Razonamientos gráficos. Deductivos a partir de la definición. Justificación de los algoritmos.</p>	<p>Razonamientos gráficos. Deductivos a partir de la definición y del signo de la primera derivada</p>

Nota: El esquema es una adaptación del propuesto en “Análisis del proceso de Instrucción del álgebra Abstracta en la Universidad Nacional Abierta desde una Perspectiva Semiótica-Didáctica” por Chacón (2006, p. 56.)

**Tabla 3. Entidades matemáticas del significado de referencia del contenido punto de equilibrio**

Entidades	Texto I	Texto II	Significado Histórico
<b>Situaciones</b>	<p>Ejemplos descontextualizados en los que se presenta la tabla de oferta y demanda</p>	<p>Ejemplos de análisis de punto de equilibrio. Análisis no lineal de punto de equilibrio Problemas contextualizados de análisis de punto de equilibrio. Ejercicios propuestos donde sea capaz de resolver situaciones del mismo tipo que las mostradas (modelo de análisis de punto de equilibrio)</p>	<p>Si pueden los sindicatos aumentar los salarios, y afronta dos respuestas negativas que se daban entonces, fundadas en la rigidez del fondo de salarios y de la oferta y la demanda de trabajo. La determinación simultánea del equilibrio parcial de cada mercado</p>

Continuación...

Entidades	Texto I	Texto II	Significado Histórico
<b>Lenguaje</b>	<p><b>Términos y expresiones</b> Punto de corte, Oferta y demanda. Precio de equilibrio, Cantidad ofrecida, Cantidad demandada, Cantidad de equilibrio, Igualar, punto de intersección, Curva de oferta. Curva de demanda, Exceso de oferta, Exceso de demanda. <b>Notación:</b> PE: Precio de equilibrio. <b>Gráficos:</b> Curva de Demanda y oferta.</p>	<p><b>Términos y expresiones</b> Costos fijos, costos variables, cantidad producida, nivel de producción, costos de materiales, costo de mano de obra. Ingresos, ventas, pérdidas utilidad, Punto de equilibrio. <b>Notación:</b> Costo total <math>y_c</math>, ingreso <math>y_i</math>. <b>Gráficas</b> Representación gráfica del modelo de costo lineal, Tabla de valores.</p>	<p><b>Términos y expresiones</b> Oferta, Demanda, cantidades ofertadas, cantidades demandas. Precio de Equilibrio Punto de equilibrio. Excedente, escasez costos de producción, igualar. Desplazamiento de la Oferta y la Demanda, Curva de demanda y curva de oferta, elasticidad de la demanda, la cuasi-renta, el bien complementario y bien sustituto, economías externas y economías internas. <b>Gráficas</b> Diagramas de la Oferta y Demanda Diagrama de las tijeras de Marshall.</p>
<b>Acciones</b>	<p>Dibujar la curva de oferta y demanda en un mismo gráfico. Determinar el equilibrio en el mercado gráficamente. Determinar los efectos del desplazamiento de la curva de demanda y oferta sobre el punto de equilibrio gráficamente y analíticamente. Analizar el equilibrio en el mercado. Analizar los efectos de los aumentos de oferta y demanda.</p>	<p>Descontextualización del enunciado de los ejercicios y problemas. Hallar la ecuación de costo de producción y de ingreso Dibujar sus gráficas sobre el mismo eje cartesiano Determinar el punto de equilibrio, Determinar el nivel producción y el punto de equilibrio. Efectuar operaciones con números reales.</p>	<p>Dibujar la curva de oferta y demanda en un mismo gráfico.</p>
<b>Conceptos</b>	<p>Cantidad de equilibrio. Precio de equilibrio. Oferta Demanda. <b>Emergentes</b> Precio de equilibrio. Exceso de oferta. Exceso de demanda. Ley de oferta y demanda, Equilibrio</p>	<p>Líneas rectas. Ecuaciones lineales. Costos variables costos fijos, Costo total, Oferta. Demanda. <b>Emergentes.</b> Precio de equilibrio</p>	<p>Oferta, demanda. <b>Emergentes</b> Punto de equilibrio, Precio de equilibrio. Excedente. Escasez Variación de la oferta y la demanda</p>

Continuación...

Entidades	Texto I	Texto II	Significado Histórico
<b>Propiedades</b>	Ley de oferta y demanda. El equilibrio se encuentra en la intersección de las curvas de oferta y demanda. El precio de equilibrio responde a las influencias de la oferta y la demanda.	Las propiedades de las operaciones con números reales (1). Criterio de linealidad (2). El punto de equilibrio corresponde a la intersección de dos líneas rectas. En el punto de equilibrio tenemos que $y_c = y_i$ .	El equilibrio parcial sostiene que el precio de mercado es aquel en donde se cruzan las curvas de oferta y demanda. Las fuerzas del mercado se pueden ver afectado por algunas situaciones.
<b>Argumentos</b>	Deductivos a partir de la definición de curva de oferta y curva de demanda. Inductivos a partir de las gráficas de las curvas de oferta y demanda. Gráficos	Ejemplos de cómo aplicar la definición. Justificaciones de (1) y (2). Deductivos. Grificación de las ecuaciones. Razonamientos visuales	Validación gráfica y demostraciones.

Nota: El esquema es una adaptación del propuesto en “Análisis del proceso de Instrucción del álgebra Abstracta en la Universidad Nacional Abierta desde una Perspectiva Semiótica-Didáctica” por Chacón (2006, p. 56.).

### Referencias Bibliográficas

Arya, Jagdish y Lardner, Robín. (2005). Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía. México: Prentice Hall Hispanoamericana.

Ávila, Alfonso. (s/f) ¿Qué aporta una Matematización? Los casos de Cournot y Walras. México. Disponible: <http://www.econ.uba.edu.ar/> [Consulta: 2009, enero 26]

Arrow, Kenneth y Intriligator, Michael (1989). Handbook of Mathematical Economics Vol.I. Amsterdam: North-Holland.

Barrios, Javier y Carrillo, Marianela. (2005). Análisis de Funciones en economía y empresas: un enfoque interdisciplinario. Ediciones Díaz de Santos. España.

Cámara, Ángeles. (2000). "Aportaciones de la Matemática a la Metodología Económica". Universidad Rey Juan Carlos de Madrid 28032 Madrid (España). Vol. 12, Supl. nº 2, pp. 103-107.

Chacón, Ramón. (2006). Análisis del proceso de instrucción del Álgebra abstracta en la Universidad Nacional abierta, desde una perspectiva Semiótica- Didáctica. Barinas 2006. Tesis (Msc En educación Abierta y a Distancia). Universidad Nacional Abierta, 2006.

Cournot, August. (1838). *Researches into the Mathematical Principles of the theory of wealth*. New York. The Macmillan Company. 1897.

Dalcin, Mario y Olave, Mónica. (2007) "Ecuaciones de primer grado: su historia". Acta latinoamericana de Matemática Educativa Vol.20 Editora Cecilia Crespo C., Editorial Comité latinoamericano de Matemática Educativa A.C. Año 2007.

Eco, Umberto. (1995). *Tratado de semiótica general*. Barcelona: lumen, 1976.

Fernández, A. (2003). *Aplicaciones de las Funciones a las Ciencias Administrativas*. Matemática I. Módulo IV. Universidad Nacional Abierta.

García, Eduardo (1969). Los supuestos básicos de la función demanda. [Documento en línea]. Disponible en: [www.cepc.es/rap/publicaciones/revistas/11/resp\\_053\\_109.pdf](http://www.cepc.es/rap/publicaciones/revistas/11/resp_053_109.pdf). [Consulta: 2009, febrero 07].

García, Manuel y Molina, Agustín. (1994). "La economía matemática y la controversia sobre la utilización de las matemáticas en la economía". Cuadernos 26, 1994, pp25-46.

Gascón, Juan. (2008). *Historia de las Matemáticas*. Selección de lecturas, UNA. Caracas 2008.

Godino, Juan. (1996). Mathematical concepts, their meaning, and understanding. En: L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceeding of the 20th Conference of International Group for Psychology of Mathematics Education* (pp.2-417-424). Universidad de Valencia.

Godino, Juan. (1999). Análisis Epistémico y Didáctico de los Procesos de Instrucción Matemática [Documento en línea]. Disponible en: [http://servidor-opsu.tach.ula.ve/profeso/guerr\\_o/praticamatema/referencias/practica\\_marco\\_steoricos3/Analisis%20epistemico%20Godino.pdf](http://servidor-opsu.tach.ula.ve/profeso/guerr_o/praticamatema/referencias/practica_marco_steoricos3/Analisis%20epistemico%20Godino.pdf) [Consulta: 2009, febrero 07].

Godino, Juan. (2003). Teorías de las Funciones Semióticas: Un Enfoque Ontológico-Semiótico de la Cognición e Instrucción Matemática. Trabajo de investigación presentado para optar a la Cátedra de Universidad de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Godino, Juan. (2004). Algunos desarrollos de la Teoría de las Funciones Semióticas. Primer Congreso internacional sobre Aplicaciones y Desarrollos de la Teoría de las Funciones semióticas. Universidad de Jaén. Noviembre 2004.

Godino, Juan y Batanero, C. (1994). "Significado Institucional y Personal de los Objetos Matemáticos". *Recherches en Didactique des Mathematiques*. 14(3), 325-355.

Godino, Juan, Contreras, A. y FontT, V. (2006). "Análisis de los Procesos de la Instrucción Basado en el Enfoque Ontológico-Semiótico de la Cognición Matemática". *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 26(1), 39-88.

González, Concepción y Gil, M. (2000). ¿Tiene límite el uso...?. *Rect @ Volumen 2* (2000), 36 disponible en: [www.uv.es/asepuma/recta/ordinarios/dos/trab2.pdf](http://www.uv.es/asepuma/recta/ordinarios/dos/trab2.pdf). [Consulta: 2009, febrero 07].

Hjelmslev, Louis. (1943). *Prolegómenos a una teoría del lenguaje*. Madrid: Gredos, 1971.

Marshall, Alfred. (1890). *Principles of Economics*. London: Macmillan and Co ltd. disponible en [www.econlib.org/Marshall/marP.html](http://www.econlib.org/Marshall/marP.html). [Consulta:2009,octubre 26]

Monchón, Francisco. (2005). *Economía, Teoría y Práctica*. España: Editorial Mc Graw Hill. Quinta Edición.

Ramos de Pacía, Ana. (2005). *Objetos Personales Matemáticos y Didácticos del Profesorado y Cambios Institucionales*. Programa de Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Matemática. Universidad de Barcelona. España.

Ruíz Higuera, Luisa. (1998). *La noción de función: Análisis epistemológico y didáctico*. Universidad de Jaén. Servicios de publicaciones. (Colección Juan Pérez de Moya). ISBN 84-89869-21-9.

Scheifler, Francisco. (1995). *Historia del Pensamiento Económico*. (5ª edición). México. Trillar.

Valdivé, Carmen. (2006). Seminario Avanzado de Educación Matemática. Material Mimeografiado Universidad Experimental Libertador Barquisimeto.

Vásquez, Andrés. (2002). "Kart Heinrich Rau y el Diagrama Marshalliano de la Oferta y la Demanda". Departamento de Economía Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid. Revista de Historia Económica Año XX, invierno, Nº 1.

Zarategui, Jesús. (2002). "¿Por qué es preferible la función de demanda Marshalliana a la de Walras?". Cuadernos de CC.EE., Nº 42, pp. 111-121.

**Notas:**

1. Trabajo relacionado con el Proyecto de Investigación registrado ante el CDCHT de la Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado, código 016-RAC-2009. Investigadora Co-responsable: Carmen Valdivé F.