

LA DISTRIBUCIÓN PERSONAL DE LOS SALARIOS Y SU RELACION CON EL TIEMPO DE TRABAJO

Pedro Valverde Caramés

Jefe de Área del Servicio de Estudios Tributarios y Estadísticas de la
Agencia Estatal de la Administración Tributaria

1. Introducción

En el presente artículo se trata el problema de la carencia de información sobre el tiempo trabajado efectivo vinculado a la percepción de rentas salariales existente en las fuentes estadísticas fiscales. Como se verá, sin esta información no es posible abordar un correcto análisis de la distribución personal de las rentas del trabajo. Se plantea entonces la utilización de la Muestra Continua de Vidas Laborales (MCVL) como marco adecuado donde abordar la solución al problema anterior, puesto que en ella se integran conjuntamente tanto información fiscal como laboral relativa a los individuos que la componen. Partiendo de lo anterior y usando la MCVL-2008, se analiza la distribución personal de la renta del trabajo teniendo en cuenta el tiempo de trabajo como variable de análisis.

Por último, se definen de manera formal las posibles alternativas para cuantificar una “Retribución Media” en función de la información disponible y los distintos valores que para 2008 se podrían obtener. El presente artículo es un ejemplo de la riqueza de análisis existente en la combinación de fuentes estadísticas distintas pero complementarias entre sí.

2. El origen de la cuestión

La principal fuente estadística para el estudio de la distribución personal de las retribuciones salariales es el denominado *Modelo 190 -“Resumen anual de Retenciones e Ingresos a Cuenta del IRPF sobre Rendimientos de Trabajo, de determinadas actividades económicas, premios y determinadas imputaciones de renta”*, declaración anual que presentan, ante la Agencia Estatal de Administración Tributaria, todas aquellas personas físicas, jurídicas y demás entidades, incluidas las Administraciones Públicas, que estando obligadas a retener o a ingresar a cuenta por el Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas conforme a lo establecido en el artículo 71 del reglamento del Impuesto, satisfagan o abonen alguna renta referida al año correspondiente.

Las características principales de esta declaración serían las siguientes:

- Obliga a todas las entidades que pagan salarios, pensiones o prestaciones por desempleo con independencia de su personalidad, su actividad, la dimensión o el carácter público o privado de las mismas. No posee ningún supuesto de exención en la obligación de declarar.
- Proporciona información exhaustiva y muy detallada al recoger todas y cada una de las rentas satisfechas.

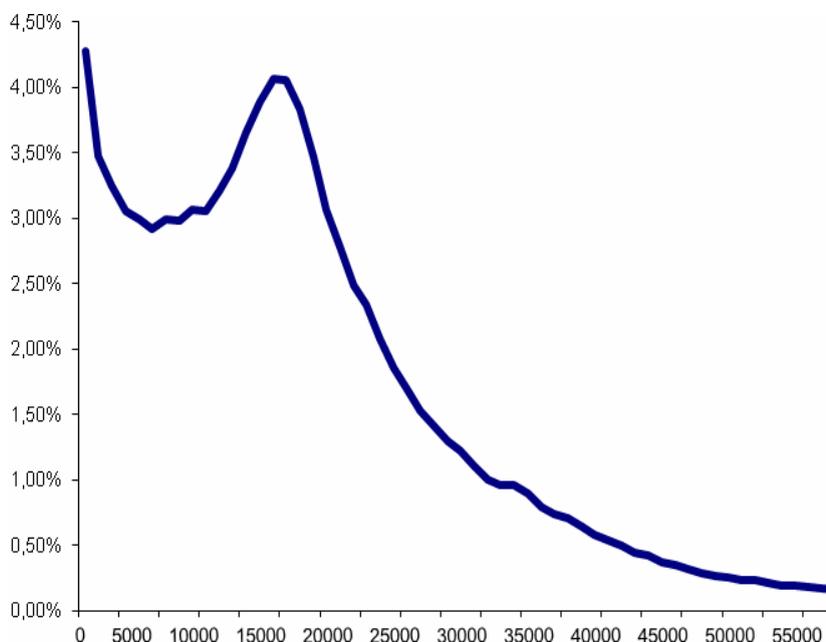
- Con carácter general, en la declaración correspondiente a cada ejercicio se relacionarán la totalidad de las percepciones satisfechas o abonadas por la persona o entidad declarante cuyo devengo o exigibilidad se haya producido en dicho ejercicio.
- Permite clasificar la distinta naturaleza de las retribuciones en ella declaradas según sean retribuciones salariales, rendimientos de actividades económicas, pensiones, prestaciones por desempleo etc.
- La información es, para todos los casos, de carácter anual; para el caso de rendimientos del trabajo se carece de las fechas de comienzo y finalización del empleo correspondiente a cada retribución.

Quando se analiza la información que sobre retribuciones salariales anuales se obtiene de la explotación estadística de este modelo se observa, en todos los ejercicios, la existencia de un porcentaje estadísticamente muy significativo de retribuciones muy bajas.

Dicho en otros términos, se constata la existencia de una proporción muy elevada de trabajadores por cuenta ajena cuyas retribuciones son muy inferiores a la *retribución media anual del ejercicio*.

Así, por ejemplo, según los datos del ejercicio 2008, de los 18.310.627 individuos perceptores de rentas del trabajo, aproximadamente un 17% tenían una retribución anual menor o igual a 5.000 euros y un 15% unas retribuciones anuales comprendidas entre 5.000 y 10.000 euros, para una retribución media anual de 18.996 euros. En contraste, el intervalo de 55.000 euros anuales en adelante retiene únicamente al 3,5% del conjunto poblacional. Esto puede verse claramente en el Gráfico 1, donde se muestra la distribución de la población por tramos de retribución anual según la información proporcionada por el Modelo 190 correspondiente al ejercicio 2008.

Gráfico 1. Distribución de las retribuciones salariales anuales 2008.



El objetivo del presente artículo es explicar la existencia de esos porcentajes tan altos de trabajadores por cuenta ajena con retribuciones en términos anuales muy inferiores a la media.

3. El problema del tiempo de trabajo

Como ya se ha indicado, la información sobre las retribuciones anuales proviene del Modelo 190 correspondiente a cada ejercicio. Dicho modelo contiene la totalidad de las percepciones satisfechas o abonadas por la persona o entidad declarante cuyo devengo o exigibilidad se haya producido en el ejercicio correspondiente.

De acuerdo con lo anterior, se conoce el importe íntegro anual de las percepciones dinerarias y en especie efectivamente satisfechas y, por tanto, la cuantía en términos anuales de las retribuciones que cada trabajador percibe.

Ahora bien, dicho importe referido a las retribuciones obtenidas a lo largo de un año natural no implica en modo alguno que el trabajador haya estado en alta laboral el año completo y, en consecuencia, puede no haber una correlación temporal entre el tiempo efectivamente trabajado y aquél al que se refiere el modelo.

Si un trabajador a lo largo del año natural trabaja sólo una fracción del mismo y la percepción obtenida se entiende como

devengada en el año natural, se explicaría que se tuviesen retribuciones salariales bajas en términos anuales. En cualquier caso, dilucidar si un trabajador que tiene unas retribuciones anuales muy bajas, las tiene debido a que el salario percibido es bajo, o bien a que no ha trabajado el año completo, o a una combinación de ambos factores a la vez, no se puede hacer únicamente con la información proporcionada por el Modelo 190.

Se hace necesario tener una información más detallada de la vida laboral del trabajador a lo largo del ejercicio a estudio, de tal forma que se puedan vincular las retribuciones obtenidas en el año natural, con la fracción de la jornada anual efectivamente desempeñada por el trabajador.

Dicha información de naturaleza laboral está contenida en la Muestra Continua de Vidas Laborales 2008, en adelante *MCVL-2008*, que recoge toda aquella información considerada relevante de las bases de datos de la Seguridad Social, así como información sobre retribuciones personales extraída del propio Modelo 190, lo que justifica la utilización de la misma en el marco de este estudio.

A través de la *MCVL-2008* se pueden conocer los días que el trabajador ha estado en alta a lo largo del año 2008 y, por tanto, saber el tiempo efectivo en el que ha obtenido la remuneración total del ejercicio.

Esto permite estudiar a los trabajadores en términos de retribuciones y del período de tiempo –efectivo- en el que ha

obtenido dichas retribuciones de forma conjunta, con lo cual el análisis tiene en cuenta una perspectiva temporal de la que carece si únicamente se tiene en cuenta la información de carácter fiscal.

4. Selección de la muestra para el análisis

La población a estudio y a la cual se pretende extender los resultados obtenidos estaría formada por el conjunto de trabajadores por cuenta ajena perceptores de rentas con clave A (Rendimientos del trabajo) del Modelo 190 en el ejercicio 2008.

Para la realización de este análisis se ha seleccionado, del total de la *MCVL-2008*, aquella parte correspondiente a los trabajadores por cuenta ajena en alta por lo menos un día en el Régimen General de la Seguridad Social, por tanto, régimen de cotización 01. Al colectivo de trabajadores anteriormente seleccionado se le asignan el total de las retribuciones que según el Módulo Fiscal hubiesen tenido en el año en 2008 con la clave A.

Por tanto, el conjunto a análisis estará formado por aquellos trabajadores presentes en la *MCVL-2008* afiliados en alta en el Régimen General de la Seguridad Social por lo menos un día a lo largo de 2008, verificando que las rentas obtenidas están recogidas en el Modelo 190, con la clave A.

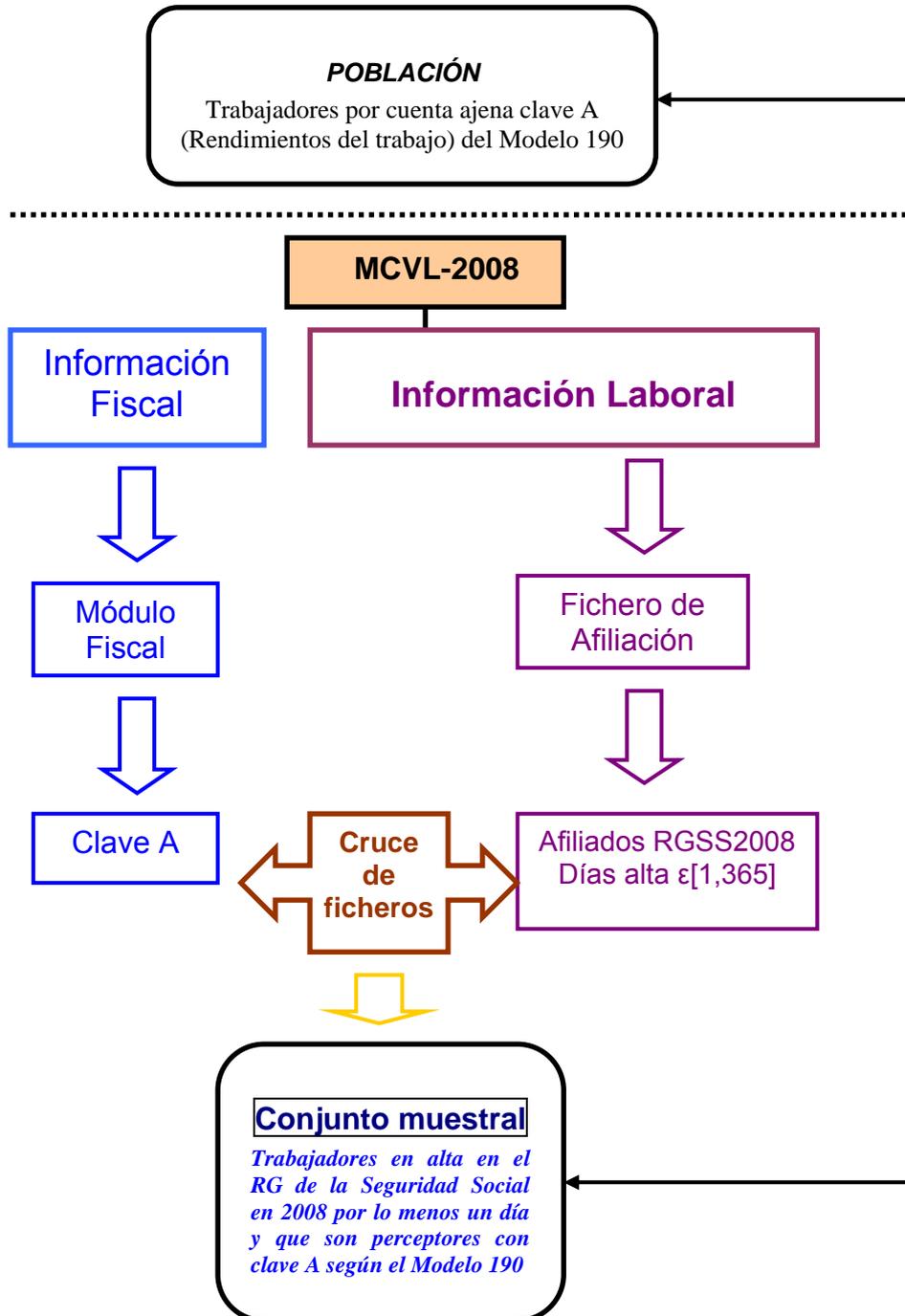
Llegados a este punto es necesario precisar que no se van a tener en cuenta aquellos otros regímenes -como el Régimen Especial Agrario, de Trabajadores del Mar o del Hogar- que también encuadran trabajadores por cuenta ajena, por entenderse que el Régimen General es un marco suficientemente amplio para los fines de este trabajo. Implícitamente se parte de la hipótesis simplificadora de que toda relación laboral por cuenta ajena que da lugar a su correspondiente registro en el Modelo 190 con la clave A proviene del Régimen General, y que cada registro en el Modelo 190 clave A tendrá origen en una relación laboral del Régimen General.

Se entiende que el conjunto de análisis es una réplica a escala de la población a estudio, población de perceptores de rentas del trabajo en 2008 sujetos a retención con la clave A en el Modelo 190, aun cuando no es una muestra obtenida de forma directa de esta población.

El conjunto muestral, subconjunto obtenido del la *MCVL-2008* está formado por 659.253 unidades, es decir, en el conjunto de la *MCVL-2008* existen ese número de trabajadores que han estado en alta en el Régimen General de la Seguridad Social en 2008 por lo menos un día y que son perceptores de rentas con clave A de acuerdo al Modelo 190.

Dado que el conjunto de trabajadores por cuenta ajena en 2008 según el Modelo 190 clave A -colectivo de referencia para este estudio- suman un total de 19.310.627, la fracción de muestreo es del 3,4%.

4.1 Esquema de la obtención de la muestra



4.2 Relación entre el colectivo a estudio y la muestra

La siguiente tabla compara los valores, para el colectivo total y para la muestra, de la distribución por sexos y de la variable *Retribución anual media*.

Tabla 0. Comparativa entre muestra y población

	Colectivo a estudio		f=(n/N)	Error
	(N)	Muestra (n)	fracc. muestreo	relativo (N-n)/N
Número total de elementos	19.310.627	659.253	3,41%	*
Hombres	10.907.824	366.292	3,36%	*
Mujeres	8.402.803	292.961	3,49%	*
% hombres s/total	56,49%	55,56%	*	1,64%
% mujeres s/total	43,51%	44,44%	*	-2,12%
Salario medio anual para el total(€)	18.996	18.541	*	2,40%
Salario medio anual hombres(€)	21.596	21.195	*	1,86%
Salario medio anual mujeres(€)	15.620	15.219	*	2,57%

Como se puede observar, los errores relativos que se cometen al tomar los valores muestrales en lugar de los poblacionales son, para la proporción de sexos del orden del 2% y para el cálculo de la retribución anual media del orden del 2,5%.

4.3 Determinación de la jornada efectiva anual y la retribución media diaria

A diferencia de la población a estudio, el conjunto muestral tiene asociado para cada uno de los elementos que lo conforman el

número de días en alta a lo largo del año 2008, variable obtenida del Fichero de Afiliación de la Seguridad Social.

Para cada trabajador de la muestra se conoce el número de días que ha estado de alta en el Régimen General, en todas las relaciones laborales que haya tenido, a lo largo de 2008. Se conoce por tanto las jornadas de trabajo efectivas realizadas en el ejercicio a estudio así como la estructura de reparto de esas jornadas.

En este trabajo se asimila cada “día en alta laboral” como un día de trabajo efectivo, jornadas que están cotizadas y retribuidas, haciéndose abstracción de vacaciones, permisos, licencias y demás situaciones en que un trabajador en alta laboral no acuda a su puesto de trabajo.

Para interpretar correctamente esta última variable es necesario tener en cuenta que un determinado trabajador puede tener varias relaciones laborales simultáneas, esto es, en un mismo día de trabajo puede estar de alta en más de una relación laboral. La suma aritmética del número total de días en alta puede, por ello, ser mayor de 365 para cualquier trabajador de la muestra. Para evitar las distorsiones que esto podría causar se ha tomado el siguiente criterio de contabilización de días trabajados, formalmente expresado como:

$I^j(x_i)=1$ si el día X_i el *trabajador j-ésimo ha estado* de alta (en una o más relaciones laborales)

$I^j(x_i)=0$ si el día X_i el *trabajador j-ésimo no ha estado* de alta.

$D^j = \sum_{i=1,2,\dots,365} I^j(x_i)$ número total de días trabajados por el trabajador j -ésimo, verificándose que $1 \leq D^j \leq 365$ $_{j=1,2,\dots,n}$

Se asigna a cada día del año el valor 1 si ese día el trabajador está en alta laboral -independientemente del número de relaciones laborales que tenga ese día- y 0 si no ha estado de alta. El sumatorio de esta variable índice $I(x)$ extendido a los 365 días del año permite saber el número de días exactos en alta.

$T^j = D^j/365$ Tasa de Ocupación anual para el trabajador j -ésimo, representa la proporción de la jornada anual que ha estado en alta efectiva el trabajador.

Una vez que se conoce para cada trabajador de la muestra el número de días en alta en 2008 D^j , se puede calcular la retribución por cada día de trabajo como sigue:

$Rd^j = [\sum_{k=1,2,\dots} Ret_k^j] / D^j$ donde Ret_k^j es la retribución anual que percibe el trabajador j -ésimo en cada una de sus k relaciones laborales en 2008, es por tanto el total de sus retribuciones consignadas en el Modelo 190 clave A.

La obtención de la variable Rd^j : *Retribución/día* que permite comparar homogéneamente a los distintos trabajadores de la muestra eliminando el efecto distorsionante de las jornadas efectivas de trabajo, que sí se debería tener en cuenta al comparar retribuciones anuales.

5. Análisis de la información muestral

En el año 2008 la jornada anual media ha sido de 291 días de trabajo, lo que supone el 79,7% de tasa media de ocupación anual. De ahí se deduce que un 20% de la jornada potencial total de trabajo ha quedado vacante a lo largo del ejercicio estudiado. La retribución media por cada día de trabajo para el conjunto del colectivo es de 63,7 euros.

Desagregando en tramos de retribución Anual, *Tabla 1*, se puede estudiar cómo se distribuye la población a estudio y obtener las tasas de ocupación anual y la retribución media por día.

Tabla 1. Distribución según tramos de Retribución anual.

Tramos Retribución Anual	Distribución. (%)	Días medios en alta	Retr.media diaria	Tasa de ocupación(%)
(0-5.000]	17,04%	107,59	40,64	29,48%
(5.000-10.000]	14,99%	246,03	43,24	67,41%
(10.000-15.000]	18,18%	323,33	46,91	88,58%
(15.000-20.000]	17,20%	350,68	56,95	96,08%
(20.000-25.000]	10,44%	356,50	67,40	97,67%
(25.000-30.000]	6,55%	358,17	86,38	98,13%
(30.000-35.000]	4,59%	357,86	107,53	98,04%
(35.000-40.000]	3,20%	359,36	122,16	98,45%
(40.000-45.000]	2,07%	360,33	144,60	98,72%
(45.000-50.000]	1,37%	359,97	167,74	98,62%
(50.000-55.000]	1,00%	361,21	169,13	98,96%
(55.000-60.000]	0,74%	361,74	162,34	99,11%
>60.000	2,62%	360,16	289,29	98,67%
Total	100,00%	291,1	63,70	79,74%

Analizando la Tabla 1, se pueden obtener las siguientes conclusiones:

- Las **retribuciones más bajas** están asociados a tasas de ocupación de la jornada laboral anual también bajas. Se comprueba que para los niveles retributivos anuales más bajos el factor determinante es la baja tasa de ocupación anual.
- Así se tiene que, para aquellos trabajadores con retribuciones anuales inferiores a 5.000 euros, un 17% del total poblacional, la jornada anual media en 2008 ha sido de 108 días con un Retribución/día media de 40,6 euros.
- Para aquellos cuyas retribuciones están comprendidas entre 5.000 y 10.000 euros al año, un 15% del total de la población, la Retribución/día media es de 43,2 euros, un 6% mayor que el del grupo anterior, mientras que la jornada anual media se eleva a 246 días, un 130% más que en el caso anterior.
- Como se observa en los datos del punto anterior, el incremento de la retribución anual, entre un tramo y otro, queda explicado esencialmente por el incremento de las jornadas laborales trabajadas.
- En **los tramos más altos de retribución anual** la jornada laboral anual tiende a ser constante, cerca de los 365 días de alta, y es la Retribución/día el factor determinante que explica las diferencias de retribución anual.

- Por ejemplo, en el tramo retributivo entre 30.000 y 35.000 euros al año –un 4,6% del colectivo- el número medio de días en alta es de 357 con una *Retribución/día* media de 107,4 euros, mientras que para el correspondiente a salarios anuales comprendidos entre 40.000 y 45.000 –un 2% de la muestra- los valores son 360 días y 144,3 euros.
- Como referencia final, si se toma el tramo de retribución más alto, a partir de 55.000 euros anuales -un 3,37% del conjunto a estudio- se tiene un promedio de 360 días de ocupación y una *Retribución/día* media de 261 euros.

A la vista de los datos anteriores se puede concluir que el número efectivo de días trabajados a lo largo del año es una variable fundamental a la hora de explicar la distribución salarial anual para el conjunto de la población.

6. Simulación bajo el supuesto de tasa completa de ocupación

Dado que se conoce la *Retribución/día* de cada elemento de la muestra y el número de días de alta en el año 2008, se puede simular cual sería la distribución de la retribución anual bajo el supuesto de que todos los trabajadores estuviesen de alta los 365 días del año.

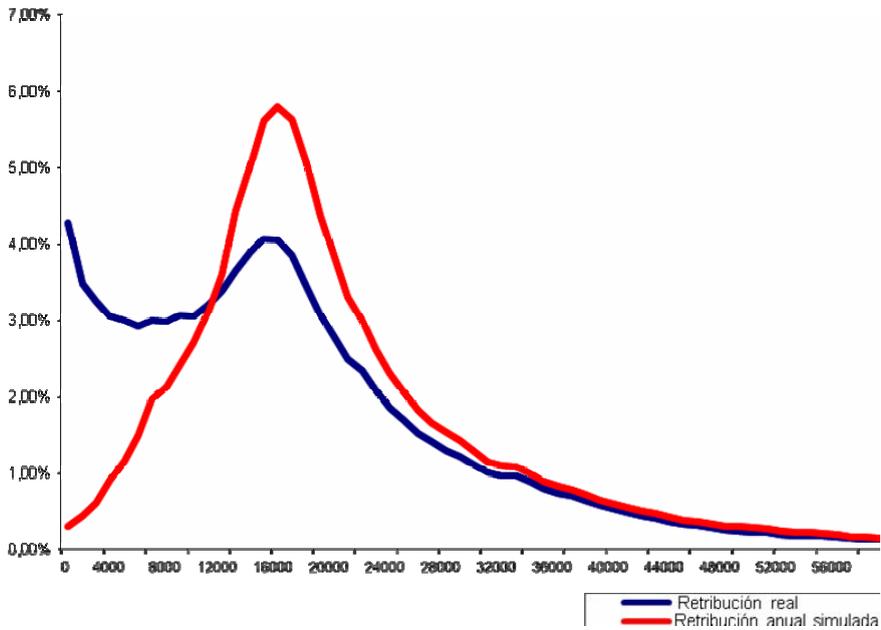
Como ejercicio teórico y bajo el supuesto de que la *Retribución/día* es una variable exógena determinada por las circunstancias del mercado laboral, se puede calcular cuál sería la distribución de la retribución anual en el supuesto de que la tasa de ocupación anual fuese del 100% (la real es del 79,7%) y todos los trabajadores estuviesen en alta todo el año. Esta simulación permite descontar el efecto que provocan en la retribución anual media, las diferencias en las tasas de ocupación.

Bajo el supuesto anterior la retribución media anual de la población a estudio sería de 25.198 euros en lugar de 18.540, lo que supondría un incremento del 36%. Por tanto, se puede concluir que la ocupación de ese 20% de jornada laboral anual que queda vacante supondría un incremento de la retribución media del orden de un 36%.

La diferencia entre ambos conjuntos, real y simulado, se observa claramente en el Gráfico 3, poniéndose de manifiesto la importancia de tener en cuenta la fracción efectiva de ocupación de la jornada anual.

La distribución simulada al homogeneizar la tasa de ocupación anual (tomando el 100% para todos los trabajadores de la muestra) pone de relieve, por comparación con la distribución real, la importancia que tiene el hecho de que los trabajadores de la muestra tengan tasas de ocupación diferentes entre sí, e inferiores al máximo potencial.

Gráfico 3. Distribución de la Retribución media anual. Real y simulada.



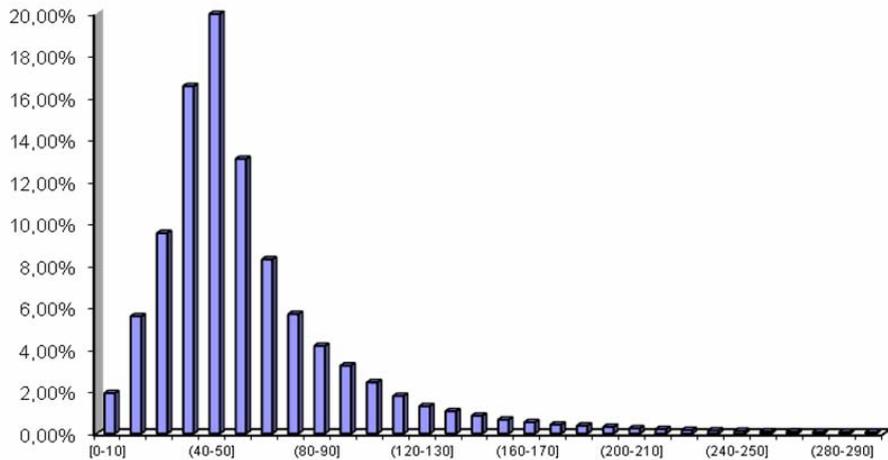
Por tanto, la forma “peculiar” de la distribución de la variable retribución anual no se puede explicar adecuadamente si no se tiene en cuenta el efecto de la fracción efectiva de ocupación de la jornada anual.

Como se observa, la distribución de ambos grupos difiere notablemente en aquellos tramos de retribuciones medias más bajas, y van confluyendo a medida que éstas van creciendo, precisamente en aquellos tramos de retribución media anual que tienden a una tasa de ocupación próxima la 100%. La distribución teórica se aproxima a una distribución del tipo *lognormal*; y tiene, por tanto, un único valor modal.

7. Análisis en función de la Retribución media diaria

En este apartado se analiza la distribución del colectivo en función de la retribución diaria de cada uno de los trabajadores del colectivo analizado. De esta manera se obtiene la distribución del colectivo teniendo en cuenta únicamente la retribución media diaria de forma independiente de la fracción de ocupación.

Gráfico 4. Distribución de las Retribuciones salariales medias diarias



De los datos analizados se concluye que:

- El 50% de la muestra tiene una retribución diaria media entre 30 y 60 euros. La mayoría del colectivo se encuentra concentrado en esa franja retributiva.
- Las retribuciones medias diarias más altas no se corresponden necesariamente con las tasas de ocupación más altas.
- Los tres primeros tramos de la tabla se caracterizan por una retribución media anual inferior al SMI de 2008 que se podría explicar en base a trabajos a jornada parcial y/o a una gran rotación de estos trabajadores.
- Como se puede ver, esta distribución coincide con la forma que tiene la distribución de las retribuciones medias anuales simulada –Gráfico 2-; de hecho, es la misma distribución pero obtenida desde una perspectiva diferente.
- En ambos casos se descuenta el efecto provocado por las diferencias en las tasas de ocupación anual obteniéndose una distribución del tipo *lognormal*.

Anexo ¿Cuál es la retribución media anual de los trabajadores españoles?

En este apartado se analiza, en función de la información disponible, distintas alternativas de cálculo de una retribución anual media que sea representativa del colectivo estudiado. Se definirán de forma teórica las distintas propuestas de cálculo así como las equivalencias que existen entre ellas, para posteriormente aplicarlas al colectivo estudiado en este trabajo.

Supóngase que $C=\{1,2,3,\dots,i,\dots,N\}$ es el conjunto de elementos de la muestra a estudio, cada uno de ellos es un trabajador en las condiciones definidas en el contexto de este estudio, que queda caracterizado por el par $\{R_i,D_i\}, \forall i = 1,2,\dots, N$, donde:

- R_i es la Retribución anual total del trabajador *i-ésimo*, calculada como suma de todas las retribuciones que haya obtenido a lo largo del año.
- D_i es el número de días totales en alta ($D_i \leq 365$) de ese mismo trabajador a lo largo del ejercicio a estudio.

Utilizando el par $\{R_i,D_i\}, \forall i = 1,2,\dots, N$ se pueden definir diferentes medidas representativas para el valor de la retribución anual media del conjunto.

Definición 1

Una primera aproximación a la retribución anual media del colectivo es la obtenida como media aritmética del conjunto de las retribuciones anuales de los elementos del mismo, es decir, calcular la media aritmética del siguiente conjunto $\{R_1, R_2, R_3, \dots, R_N\}$ y que quedaría definida como:

$$R_{media} = \frac{\sum_{i=1}^N R_i}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i \quad (1)$$

Por tanto en R_{media} se verifica que todos los trabajadores contribuyen de igual manera independientemente del tiempo efectivo que hayan estado en alta, con lo que no se tiene en cuenta la información aportada por la variable D_i . Dado que se dispone del número de días en alta, $D_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, N$, si se incorpora esta información al cálculo de la Retribución anual media se pueden deducir nuevas definiciones de esta medida.

Definición 2

Una posibilidad es utilizar la retribución media diaria de cada trabajador para, tomándola como base, calcular la retribución anual de cada trabajador si este estuviese de alta los 365 días del año.

De esta manera se eleva la retribución media diaria de cada trabajador al año completo, obteniéndose así un conjunto de

retribuciones homogéneas (todos los trabajadores están en alta los 365 días del año) sobre la que se puede calcular una media aritmética.

Para ello en primer lugar se define la retribución elevada al año para cada individuo de la muestra de forma natural como:

$$r_i = \frac{R_i}{D_i} \quad \text{Retribución media por día en alta del } i\text{-ésimo trabajador}$$

$$\forall i = 1, 2, \dots, N$$

elevando al conjunto del año se tendría:

$$RS_i = 365 \times r_i = 365 \times \frac{R_i}{D_i} \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

y se obtiene así un conjunto de retribuciones elevadas $\{RS_1, RS_2, \dots, RS_N\}$ sobre el que se calcula la media aritmética:

$$RS_{\text{media}} = \frac{\sum_{i=1}^N RS_i}{N} = \frac{RS}{N} \quad (3)$$

donde $RS = \sum_{i=1}^N RS_i$ sería la retribución simulada para el total del conjunto a estudio.

Si se tiene en cuenta que la media de la Retribución media diaria para el total del conjunto a estudio(r) se puede definir como la media aritmética del conjunto de retribuciones medias día, esto es, la media aritmética del conjunto $\{r_1, r_2, r_3, \dots, r_N\}$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N r_i}{N}$$

y operando sobre la relación (3) se puede concluir que:

$$RS_{media} = 365 \times r \quad (4)$$

En conclusión, RS_{media} sería el resultado de elevar al año completo la retribución diaria media del conjunto de la muestra. Esta media es la que se obtiene en el apartado sexto de este trabajo: “*Simulación bajo el supuesto de tasa completa de ocupación*”

Definición 3

Otra posibilidad es definir la retribución anual media del conjunto como el cociente entre la masa salarial total (la retribución total anual del conjunto) y el número efectivo de trabajadores presentes en el año, esto es:

$$RM = \frac{MasaSalarialTotal}{n^{\circ} efectivoTrabajadores} = \frac{\sum_{i=1}^N Ri}{\sum_{i=1}^N \frac{Di}{365}} \quad (5)$$

El número efectivo de trabajadores (*Neff*) se calcula teniendo en cuenta la fracción del año que ha trabajado cada uno de ellos, $T_i = \frac{D_i}{365} \quad \forall i = 1, 2, \dots, N$ de tal forma que si ha trabajado el año entero ese trabajador contribuye como una unidad completa y, sino, con la fracción del año que le corresponda.

Como, por definición, D_i es un entero entre 1 y 365, se tiene que:

$$T_i \in \left\{ \frac{1}{365}, \frac{2}{365}, \dots, 1 \right\} \text{ y por tanto } T_i \leq 1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, N$$

$$NET = \sum_{i=1}^N \frac{D_i}{365} = \frac{1}{365} \sum_{i=1}^N D_i = \frac{1}{365} N\alpha$$

Donde α es número medio de días en alta laboral para el conjunto del colectivo (un número real), por tanto se puede escribir:

$$\sum_{i=1}^N D_i = \alpha N \quad \alpha \in [1, 365]$$

$$\text{por lo tanto, } Neff = \frac{N\alpha}{365}$$

Apoyándose en las expresiones anteriores, se puede poner:

$$RM = \frac{\sum_{i=1}^N Ri}{\sum_{i=1}^N \frac{Di}{365}} = \frac{\sum_{i=1}^N Ri}{\frac{N\alpha}{365}} = \frac{365}{N\alpha} \cdot \sum_{i=1}^N Ri = \left(\frac{365}{\alpha}\right) \cdot \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Ri\right]$$

Puesto que $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Ri$ es la retribución media anual del colectivo, $Rmedia$, definida en la ecuación (1) y como $T = \frac{\alpha}{365}$ es la fracción del año media en alta para el colectivo, se tiene que:

$$RM = \frac{1}{T} Rmedia \quad (6)$$

Por tanto, RM es la media aritmética de las retribuciones del conjunto, ponderado por el inverso de la fracción de ocupación media para el total del colectivo.

Como $T = \frac{\alpha}{365} \leq 1$ se tiene que $RM \geq Rmedia$ la retribución media calculada usando el número efectivo de trabajadores (*Neff*) es siempre mayor o igual que la media aritmética de las retribuciones anuales; coincidirían si y sólo si α fuese igual a 365, lo que significaría que todos los trabajadores estarían en alta todos y cada uno de los días del año.

Definición 4

También cabe definir la retribución anual media del colectivo a través de una serie del tipo siguiente:

$$SM = \sum_{i=1}^N (365 \frac{R_i}{D_i}) \beta_i \quad (7)$$

verificándose que:

- β_i es un coeficiente de ponderación para cada elemento de la muestra que recoja la mayor o menor presencia del mismo en el curso del año, verificando que: $\sum_{i=1}^N \beta_i = 1$,
- El factor $(365 \frac{R_i}{D_i})$ es la retribución anual elevada al año para cada elemento del colectivo.

El factor de ponderación que cumple las condiciones exigidas viene dado por:

$$\beta_i = \frac{D_i}{\sum_{i=1}^N D_i}$$

de tal forma que pondera a cada trabajador en función del peso que tiene en el total de los días trabajados, así pues:

- Aquellos trabajadores que han estado todo el año en alta laboral contribuyen al valor de SM con su retribución anual

elevada en un factor $\beta^{max} = \frac{365}{\sum_{i=1}^N Di}$

- Los que han trabajado únicamente un día, mínimo valor posible de Di, contribuyen a SM con su retribución anual

elevada ponderada por $\beta^{min} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N Di}$

Operando de forma muy sencilla la expresión de SM se obtiene:

$$SM = \frac{365}{\alpha} Rmedia \quad (8)$$

o lo que es igual:

$$SM = RM$$

Por tanto las definiciones tercera y cuarta, tal y como se han definido, son equivalentes entre sí. Ambas corrigen al alza a la Rmedia al tener en cuenta el trabajo efectivo realizado en el año por cada trabajador del conjunto (valor recogido en el parámetro α).

Relación entre RSmedia y RM

Por último, quedaría por estudiar qué relación existe entre RSmedia y RM (o SM) para así poder analizar de qué factores dependen los distintos valores que se van a obtener en cada una de estas magnitudes. Como se ha visto anteriormente, RSmedia y RM están definidas por:

$$RSmedia = 365 \times r$$

$$RM = \frac{1}{T} Rmedia$$

Desarrollando estas expresiones y apoyándose en las definiciones antes expuestas se puede concluir que:

$$RSmedia = \left(\frac{\alpha r}{Rmedia} \right) RM \quad (9)$$

donde αr es el producto entre el número de días medios en alta y la media aritmética de la retribución diaria del conjunto.

Si se desarrolla el factor $\left(\frac{\alpha r}{Rmedia} \right)$ se observa que también puede expresarse como:

$$\left[\frac{\sum_{i=1}^N Di}{\sum_{i=1}^N Ri} \right] \times \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{Ri}{Di} \right] = \frac{r}{r'}$$

donde:

$$\frac{1}{r'} = \left[\frac{\sum_{i=1}^N Di}{\sum_{i=1}^N Ri} \right]$$

r' es una retribución media diaria obtenida como cociente entre la retribución total del conjunto y el número total de días en alta, que difiere de r calculado como media aritmética del conjunto de días medios en alta.

De forma alternativa se puede demostrar que r' es la media ponderada de las retribuciones día con factor de ponderación β_i y que por tanto también adopta la forma:

$$r' = \sum_{i=1}^N \left(\frac{Ri}{Di} \right) \cdot \beta_i = \sum_{i=1}^N ri\beta_i$$

De la expresión anterior se deduce que r' incorpora, a través del factor de ponderación β_i , los días que ha estado en alta cada trabajador, una información que la definición de r como media simple de las retribuciones día no tenía en cuenta.

Tomando la definición de r' y operando sobre RM se puede demostrar fácilmente que ésta adopta también la expresión equivalente:

$$RM = 365 \times r' \quad (10)$$

así pues se tiene que:

$$RS_{media} = \left(\frac{r}{r'}\right)RM \quad (11)$$

La relación entre las tres medidas definidas en este apartado vendría dada por:

$$RS_{media} = \left(\frac{r}{r'}\right)RM = \left(\frac{r}{r'}\right)\frac{1}{T}R_{media} \quad (12)$$

Como se puede observar la relación $\left(\frac{r}{r'}\right)$ es el factor clave que relaciona a las distintas medidas definidas en este apartado entre sí. De hecho, únicamente si se verifica que $D_i=365 \forall i=1,2,\dots,N$ (todos los trabajadores están en alta los 365 días del año) se tendría que $r = r'$ y que $T = 1$ y por tanto:

$$RS_{media} = RM = R_{media} \quad (13)$$

En conclusión se podría decir que:

- Únicamente en el caso de que todos los trabajadores estén en alta los 365 días del año las tres medidas coinciden entre sí y son por tanto equivalentes.
- Si se verifica que $D_i = D_j = \alpha < 365 \forall i, j = 1,2,\dots,N$ todos los trabajadores trabajan el mismo número de días, α , pero este es inferior al máximo se cumple que $r = r'$, pero $T = \frac{\alpha}{365} < 1$ y por tanto:

$$RSmedia = RM < Rmedia \quad (14)$$

Aplicando al conjunto de la muestra se obtienen los siguientes valores que se muestran en la tabla siguiente:

Tabla 4. Resumen de las principales magnitudes definidas aplicadas a la muestra a estudio.

MCVL-2008	
Medidas	Valores
<i>N</i>	659.016
Rmedia	18.540 €
RSmedia	25.196 €
RM	23.250 €
<i>r</i>	69,0
<i>r'</i>	63,7
α	291,1
αr	20.086 €
<i>T</i>	0,80
Neff	525.511