«Interacciones entre la financiación de la educación y el proceso de acumulación de capital»

Este artículo analiza un modelo de generaciones solapadas donde el capital físico y el capital humano son factores de producción que se pueden acumular privándose del consumo actual de recursos. El capital humano es el producto de un sistema escolar que puede financiarse de forma privada, mediante impuestos o a través de una combinación de ambos métodos. En un equilibrio político con mayoría de voto, la financiación pública de la educación se presenta como un instrumento para evitar el «problema del polizón». Al aumentar la cualificación de los trabajadores del siguiente periodo, incrementa la tasa esperada de rendimiento sobre el capital; este efecto no se puede conseguir sólo a través de un sistema escolar privado. Las escuelas públicas se convierten en un instrumento de redistribución de la renta entre generaciones y por esta razón se pueden preferir a las escuelas privadas. El trabajo se centra en formas funcionales concretas que permiten una solución cerrada en el equilibrio dinámico, pero se pueden reproducir todos los resultados importantes para cualquier forma general de funciones de producción y de utilidad.

Artikulu honek belaunaldi teilakatuetako eredu bat aztertzen du. Eredu horretan, kapital fisikoa eta giza-kapitala, baliabideen oraingo kontsumoari uko eginez, pila daitezkeen ekoizpen faktoreak dira. Giza-kapitala eskola sistemaren emaitza da eta era pribatuan, zergen bidez edo aurreko bien konbinaketa baten bidez finantza daiteke. Botuen gehien-goa duen oreka politiko batean, hezkuntzaren finantzazio publikoa «polizoiaren arazoa» ekiditeko tresna da. Hurrengo epealdiko langileen kualifikazioa igotzean, kapitalaren gai-nean espero den etekin tasa igotzen da; efektu hori ezin da eskola sistema pribatuaren bidez bakarrik lortu. Eskola publikoak errenta belaunaldien artean banatzeko tresna bihurtzen dira eta, hori dela eta, eskola pribatuak baino gogokoago edukitzeko arrazoia egon liteke. Azterlana oreka dinamikoan irtenbide itxia ahalbidetzen duten funtzio zehatzetan zentratzen da, baina emaitza garrantzitsuak berdin lortzen dira edozein ekoizpen zein erabilgarritasun funtziorekin.

This paper studies an overlapping generations model where physical and human capitals are inputs of production that can be accumulated by withholding resources from current consumption. Human capital is the output of a schooling system which can be financed either by prívate expenditures or by taxes or by a combination of both. In a political equilibrium with majority voting, public school financing appears as an instrument to solve a «free rider problem». By improving the skills of next period's workers it increases the expected return on capital, something which cannot be achieved by means of prívate school only. Public schools turn out to be an instrument for intergenerational income redistribution and they may be preferred to prívate schools just for this motive. The article concéntrales on specific functional forms that allow for a closed form solution of the equilibrium dynamics, but all the important results can be replicated for a general class of utility and production functions.

Michele Boldrin*
Departamento de Economía
Universidad Carlos III de Madrid

Palabras clave: Capital humano, financiación pública de la educación.
Nº de clasificación JEL: J24, I22.

1. INTRODUCCIÓN

El modelo propuesto se basa en la idea de que los sistemas educativos financiados públicamente se han introducido para proporcionar una solución al problema del *free-rider o* usuario gratuito que afecta a la acumulación de los factores productivos.

En una sociedad en la que el capital físico y el capital humano son factores de producción complementarios, los propietarios de capital del periodo siguiente tienen un interés legítimo en el nivel de capital humano del trabajador *medio* futuro. En ausencia de un mercado crediticio que preste a la generación joven con cargo a sus ganancias futuras, el nivel de equilibrio de la financiación privada de la educación será menor que el necesario para alcanzar la eficiencia productiva. Incluso aunque hubiese altruismo paterno, la cantidad de recursos destinados al sistema escolar continuaría siendo menor que la adecuada cuando los agentes privados no tienen incentivos para considerar el incremento de la tasa de rendimiento del capital que proporciona el gasto en educación de un dólar más.

Aunque estas observaciones se aplican a la mayoría de los procesos de educación y formación, en este artículo prefiero interpretar la palabra «escuela» sólo en referencia a la educación primaria y secundaria. Los resultados disponibles (véase, por ejemplo, Psacharopoulos, 1985 y 1989, y las referencias allí mencionadas) sugieren que aquí la tasa social de prendimiento alcanza

* Agradezco el apoyo financiero recibido de la Marc Rich Foundation y de la Dirección General de Investigación Científica y Técnica bajo contrato n.° PB94-0378.

su nivel máximo y la financiación pública presenta una mayor concentración.

No reivindico la originalidad de esta interpretación de la función de la escolarización: en la economía de la educación y en la literatura sobre capital humano, se ha insistido en el hecho de que el propósito *fundamental* de un sistema de escuela pública es proporcionar a la sociedad una mano de obra educada y cualificada (véase, por ejemplo, Becker, 1975, Butts, 1978, Friedman, 1962, Stiglitz, 1974, por mencionar sólo algunos). Mi contribución consiste en la propuesta de un modelo dinámico de equilibrio general que formaliza esta idea y en la investigación de sus consecuencias teóricas. El propósito fundamental del trabajo es desarrollar una teoría de las interacciones dinámicas entre la educación y el crecimiento económico, que podría utilizarse para explicar nuestras observaciones en el mundo real. Aunque esto no se aborda aquí, he decidido sin embargo renunciar a la generalidad teórica y adoptar formas funcionales específicas que permitan soluciones explícitas y predicciones cuantitativamente comprobables.

La estructura básica corresponde a la de un modelo de generaciones solapadas en el cual los individuos viven durante tres periodos: jóvenes, de mediana edad y mayores. Cuando son jóvenes, se les dota con una unidad de tiempo que pueden emplear en ir al colegio o en ocio. Durante su periodo de mediana edad, mantienen una oferta inelástica de sus unidades de tiempo de trabajo al sector productivo. La renta así obtenida se dedica al consumo del periodo, al ahorro (en forma de capital físico) y a la educación de los jóvenes. Cuando son viejos, consumen el rendimiento del stock acumulado de capital físico y después se mueren. La producción del bien homogéneo se describe mediante una función de producción neoclásica normal $Y = F(K, H)$ que utiliza como factores de producción el capital físico (K) y el trabajo efectivo (H), una unidad de tiempo de trabajo multiplicada por el nivel de capital humano. La tasa de crecimiento del capital humano depende de la cantidad de tiempo y de los recursos físicos dedicados: cuando estos últimos tienden a cero el capital humano disminuye, mientras que puede crecer si se dedican suficientes factores al proceso educativo. En concreto, se supone que puede obtenerse una tasa positiva de crecimiento del capital humano agregado a través de la inversión de una cantidad finita de recursos. De esta forma, es posible el crecimiento continuo.

Parece razonable suponer que la gente joven que asiste a la escuela no puede pedir dinero prestado a las otras generaciones. Los mercados de créditos para financiar la inversión privada en capital humano raramente existen, en especial en Europa donde una gran proporción de la educación superior es financiada (aunque no necesariamente provista, véase James, 1992) por el Estado. Además estos créditos parecen concentrarse en las últimas fases del proceso de formación.

Aunque los propietarios de capital de mayor edad tienen poco interés en la productividad futura, los individuos de mediana edad están interesados *de forma colectiva* en acrecentar el volumen de capital humano de la sociedad, lo cual puede obtenerse mediante la institución de un sistema escolar financiado públicamente. Esta explicación de la escolarización pública no depende del supuesto de que el proceso educativo genere externalidades positivas, sino de la existencia de complementariedades entre los factores de producción y de la ausencia de mercados perfectos de capital. Como también me interesa explicar las interacciones entre la financiación pública y privada, he ampliado el modelo básico para permitir que los padres tengan en cuenta el nivel de educación alcanzado por sus hijos. Para formalizar este último punto, introduzco el capital humano de los jóvenes en la función de utilidad de los individuos de mediana edad.

La situación descrita en el artículo es un buen ejemplo de una característica general de las instituciones del estado del bienestar: aunque se pueda justificar su existencia basándose en algunas ineficiencias e imperfecciones de los mercados, el poder de recaudar impuestos para financiar ciertos bienes públicos genera un conflicto distributivo entre los grupos sociales (en este ejemplo, las generaciones) que mantienen intereses opuestos sobre el tipo y la cantidad de bien público que debería proporcionarse.

En el modelo, supongo que estos conflictos se solucionan mediante la votación por mayoría: los agentes que están vivos y tienen derecho al voto eligen el nivel impositivo sobre la renta y la asignación de estos ingresos. Esta situación genera varias consideraciones estratégicas que evito suponiendo una forma débil de miopía en el proceso de toma de decisiones de los votantes. Más concretamente, supongo que los individuos de mediana edad, aunque perfectamente capaces de reconocer el impacto de los impuestos sobre las decisiones de consumo y ahorro actuales, no aprecian su efecto indirecto sobre los tipos impositivos *futuros.* En otras palabras, toman como dado el tipo impositivo del siguiente periodo y eligen su mejor respuesta al mismo.

En este modelo el votante medio es el agente representativo de la generación de mediana edad, que, en realidad, es la única que se enfrenta a un conflicto significativo al seleccionar una política fiscal. Dada la elección concreta de las funciones de producción y utilidad, se puede calcular explícitamente la dinámica global del sistema mediante la resolución del problema de optimización política del agente de mediana edad y su introducción en el equilibrio competitivo.

Excepto en el último apartado, siempre supongo la existencia de un agente representativo en cada generación. Por ello, no analizo los problemas intrageneracionales de distribución de la renta asociados al proceso de votación sobre la educación pública, que son objeto de estudio en varios trabajos recientes, por ejemplo, Eckstein y Zilcha (1991), Gloom y Ravikumar (1992), Perotti (1990), Saint-Paul y Verdier (1991). No obstante, dentro del modelo que acabo de describir pueden tratarse varios puntos interesantes de la teoría del desarrollo económico.

El proceso de crecimiento económico implica la transferencia de un volumen creciente de recursos de las generaciones viejas a las jóvenes. En el modelo de horizonte infinito del agente representativo, este problema se resuelve asumiendo un motivo herencia que transforma efectivamente a los individuos en dinastías con una vida infinita. Si alguien piensa que esta solución es demasiado simple, se enfrenta entonces al problema de explicar el crecimiento continuo desde una estructura de generaciones solapadas cuando no se legan recursos físicos. Es bien conocido (Boldrin, 1992, Jones-Manuelli, 1992) que en este caso no se obtiene un crecimiento continuo si la tecnología es de un sector con rendimientos constantes a escala. Por esta razón, se han propuesto distintos canales para transferir riqueza de las generaciones viejas a las jóvenes. En este artículo se utiliza la provisión de educación (pública y privada) como mecanismo para dicha transferencia de riqueza entre generaciones.

Una consecuencia de esta hipótesis es que, aunque la presencia del altruismo paterno pueda inducir a creer que estas transferencias se realizan de forma completamente voluntaria, el equilibrio político estudiado indica que resulta muy probable que no suceda así para una parte de las mismas. En realidad, demuestro que, aun cuando las escuelas privadas sean una opción viable, la mayoría de los votantes pueden encontrar racional mantener la financiación de la educación a través de impuestos sobre la renta puesto que la generación vieja transfiere así (de manera obligatoria) renta a las otras. De esta forma, la escolarización pública no es tan sólo un instrumento de distribución intrageneracional de la renta, sino que también supone una redistribución entre las generaciones. Y esto último bien podría ser el elemento fundamental que garantizase un incremento continuo de la renta per cápita.

La última afirmación está basada en la idea de que el crecimiento se debe a las sinergias entre capital humano y físico y a la ausencia de límites efectivos al stock acumulable del primero. Esto implica que no sólo la acumulación continua sino también la falta de la misma deberían explicarse dentro de nuestra estructura. Varios autores han desarrollado modelos en los que el crecimiento se debe a la acumulación de capital humano (Caballé-Santos, 1991, Chamley, 1992, Lucas, 1988 y Uzawa, 1965), pero la cuestión de la existencia de una trampa de pobreza parece haber recibido escasa atención. El problema tiene una solución simple en el contexto que estudio, donde la existencia de una trampa de pobreza es independiente de la presencia de cualquier tipo de externalidad tecnológica. Está relacionada con una renta inicial insuficiente que hace que los agentes económicos no deseen invertir en las generaciones futuras (tanto de manera privada como a través de un impuesto sobre la renta) y/o con una distribución inadecuada que determina una alianza perversa anticrecimiento entre la parte desvalida de la sociedad y los propietarios del capital de la vieja generación.

Las dos razones que adopto para justificar la provisión de educación (altruismo y aumento de productividad) son perfectamente compatibles puesto que en el equilibrio se debería observar que ambos tipos de gasto, público y privado, contribuyen a la acumulación de capital humano. El modelo puede ampliarse para formular esto. También lo utilizo en el apartado tres para demostrar que la transferencia entre generaciones implícita en la financiación pública puede producir una «expulsión» del gasto privado bajo determinadas circunstancias. En este contexto señalo que, aunque para niveles altos de renta un sistema público relativamente ineficiente será sustituido por colegios privados, la opción pública puede aparecer en el caso de niveles de renta muy bajos y ayudar a la economía a dar el salto hacia su proceso de crecimiento. Esto podría no suceder si la financiación privada fuese la única opción.

En un modelo estático de escolarización, Peltzman (1973) afirma que la *provisión* pública de educación podría producir un equilibrio con un gasto total *menor* debido al hecho de que la utilización del servicio proporcionado por las instituciones públicas impediría que las familias hiciesen contribuciones privadas para completarlo de forma adecuada. Esta conclusión está relacionada con la discusión, de gran importancia, acerca de los efectos que tendría sobre la acumulación de capital un sistema financiado públicamente con cheques escolares (véase, por ejemplo, Friedman, 1962).

En el cuarto apartado introduzco agentes heterogéneos en el modelo básico y modifico la tecnología para incorporar la observación de Peltzman. Esta nueva situación puede tener la consecuencia desagradable de crear una multiplicidad de equilibrios políticos (Stiglitz, 1974) que elimino con varios supuestos simplificadores (aunque creo que son empíricamente justificables). Se obtiene que, de forma bastante general, no sólo disminuiría la demanda de educación sino también la cantidad total de financiación pública, puesto que las consideraciones estratégicas implícitas en el proceso político generan un tipo impositivo de equilibrio mucho menor. Esta situación se debe a que la imposibilidad de completar los fondos públicos con financiación privada provoca que el segmento más acomodado de la generación de mediana edad eluda el sistema público por completo. Cuando ocurre esta «huida a las afueras», la única financiación pública que este grupo desea mantener es la que afecta al rendimiento futuro del stock de capital agregado. Dado que la distribución total del tipo impositivo preferido disminuye, se produce un equilibrio con una cantidad menor de financiación pública de la educación. Considero que esta observación puede tener una cierta relevancia en el actual debate político sobre el impacto que la introducción de cheques tendría en la calidad de la educación recibida por el grupo más pobre de nuestra sociedad.

La estructura del artículo es la siguiente. En el apartado 2 se presenta el modelo básico, se estudia sus equilibrios y se caracteriza su evolución a largo plazo. El altruismo paterno se añade en el apartado 3 y se subraya la importancia del aspecto redistributivo intergeneracional del sistema de escolarización pública como un motivo adicional para el apoyo de los votantes. También se pone de relieve la relación a largo plazo existente entre la renta per cápita y el gasto en educación. En el cuarto apartado se analiza en profundidad este aspecto a partir de las consideraciones presentadas en el párrafo precedente. Y en el apartado 5 se presentan las conclusiones.

2. LA VOTACIÓN SOBRE LA FINANCIACIÓN PÚBLICA DE LA EDUCACIÓN

2.1. El modelo básico

Analizo una economía compuesta por generaciones solapadas de agentes idénticos que viven tres periodos. Cada generación está formada por un continuo de individuos. El crecimiento de la población es tal que cada generación es 1+n veces la anterior. Al comienzo del periodo *t=0,* están vivas dos generaciones: la población vieja (cuyo tamaño total es 1/(1+n)) y la de mediana edad (con un tamaño de 1). Entonces nace una nueva generación de individuos jóvenes (su tamaño es (1+n)). Los agentes mayores poseen el stock inicial de capital K_0, mientras que los individuos de mediana edad tienen una dotación de capital humano H_0. Estos son los dos factores de producción. Los jóvenes sólo pueden emplear su tiempo en asistir a la escuela para adquirir capital humano. Cuando sean de mediana edad, trabajarán y tomarán decisiones sobre consumo y ahorro. Cuando alcancen la vejez, consumirán tan sólo el rendimiento de su stock acumulado de capital físico.

De momento, supongo que la cantidad de tiempo disponible por los jóvenes se dedica de forma inelástica a la educación y que no obtienen utilidad alguna de sus actividades de ocio. También supongo que los individuos tienen unos conocimientos y un capital humano inicial idénticos y que los padres son totalmente egoístas y no se preocupan de la educación de sus hijos. En los siguientes apartados, se eliminarán éstas y otras restricciones.

Las posibilidades tecnológicas de esta sociedad se describen mediante dos funciones de producción, una para el bien homogéneo consumo - inversión y otra para la acumulación de capital humano. La primera adopta una forma Cobb-Douglas:

mientras que la segunda:

$$Y_t = K_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha}$$

Las letras mayúsculas se utilizan para denotar las variables agregadas y las letras minúsculas para los valores per

$$h_{t+1} = \frac{(\varepsilon + z_t)^{\gamma}}{(1+n)} h_t$$

cápita. Así, $y_t = y_t \ / (1+n)^t$ es la renta per cápita que es igual a $K_t^{\alpha} \ h_t^{1-\alpha}$. La mayoría de los análisis siguientes se realizan en unidades per cápita. Los parámetros ε y γ son positivos y menores que uno y z_t es la cantidad de recursos físicos per cápita dedicada a la educación.

Como ya he mencionado en la introducción, no es posible el recurso a préstamos con cargo a las rentas futuras procedentes del capital humano. Con el objeto de calcular los equilibrios, supongo que la función de utilidad es separable y logarítmica. La mayoría de los resultados se mantienen al utilizar funciones de utilidad separables y homotéticas.

El problema de optimización para el ciclo vital de un agente nacido en el periodo *t*-1 es entonces

$$\upsilon_{t-1} = \max \{\log c_t + \delta \log c_{t+1}\} \quad (2.1)$$

sujeto a:

$$c_t + s_t = (1 - \tau_t)\omega_t$$
$$c_{t+1} = (1 - \tau_{t+1})\ \pi_{t+1}\ s_t = \bar{\pi}_{t+1}\ s_t$$

donde τ_t es el tipo impositivo soportado durante el periodo f, las rentas procedentes del trabajo de cada individuo son $\omega_t = Wh_t$, W_t es el tipo salarial y π_t es el rendimiento neto del capital del periodo *t.* El comportamiento del consumidor se resume en las siguientes ecuaciones:

$$c_t = \frac{1-\tau_t}{1+\delta}\ \omega_t$$
$$s_t = \frac{\delta\ (1-\tau_t)}{1+\delta)}\ \omega_t$$
$$c_{t+1} = \frac{\delta\ (1-\tau_t)}{1+\delta)}\ \omega\ ^*\ \bar{\pi}_{t+1}$$

El equilibrio competitivo en los mercados de bienes y factores, junto con el hecho de que el gasto total en escolarización $[(1+n)^1\ z_t]$ debe financiarse a través de impuestos sobre la renta actual (τ_t -Y_t), lleva a que:

$$\omega_t = (1-\alpha)\ k_t^{\alpha}\ h_t^{1-\alpha}$$

$$\pi_t = \alpha k_t^{\alpha-1}\ h_t^{1-\alpha}$$

$$k_{t+1} = \frac{\delta\,(1-\tau_t)}{(1+\delta)(1+n)}\ (1-\alpha)\ k_t^{\alpha}\ h_t^{1-\alpha}$$

$$h_{t+1} = \frac{h_t}{(1+n)}\ (\varepsilon+\tau_t k_t^{\alpha} h_t^{1+\alpha})^{\gamma}$$

2.2. **El equilibrio político**

Para completar el modelo y llevar el análisis a sus implicaciones dinámicas, necesitamos determinar el nivel de imposición τ_t. Éste viene dado por la votación sobre el tipo impositivo: al comienzo de cada periodo f, todos los electores emiten su voto sobre la política fiscal del gobierno. Entonces, se implanta el tipo impositivo seleccionado y los Individuos toman sus decisiones sobre consumo y ahorro. El proceso se repite de nuevo en cada uno de los periodos siguientes.

Una interpretación pragmática del modelo recomienda considerar a la generación joven como un conjunto de individuos que todavía no se ha incorporado a la universidad y que como tal no participa en el proceso político de toma de decisiones. Esta hipótesis no produce perjuicio alguno, ya que se obtendrían las mismas conclusiones aun cuando se permitiese a los agentes jóvenes ejercer cierto poder político. En cuanto a los individuos de mediana edad y a los agentes mayores, voy a suponer que todos tienen los mismos derechos de voto.

Se aplicará el tipo impositivo elegido por mayoría de votos. Con todo, esta regla no contempla la cuestión de cómo los agentes racionales deberían decidir ejercer su voto en un entorno de este tipo. Para ello, es necesario imponer una serie de supuestos sobre el conjunto de acciones disponibles, el impacto de éstas en las variables de estado agregadas y la noción de equilibrio adoptada por el votante representativo.

Al elegir el impuesto que maximiza su utilidad, el votante medio tomará el tipo impositivo del periodo siguiente simplemente como un número dado, y no como una función de las variables de estado futuras. El problema de maximización del votante medio será:

$$\max_{0 \le \tau_t \le 1}\ \log\left[(1-\tau_t)\omega_t - s(\tau_t)\right] + \delta\ \log\left[(1-\tau_{t+1})\pi_{t+1}\ (\tau_t)\ s(\tau_t)\right] \qquad (2.2)$$

cuya solución es, en general, un mapa invariable en el tiempo τ^* que representa el tipo de equilibrio τ_t como una función de las variables actuales de estado *(K_t, H_t)* y del tipo impositivo futuro τ_{t+1}. Por lo tanto, un equilibrio es una secuencia de tipos impositivos $\{\tau^*\}_{t=0}^{\infty}$ tal que τ^*_t resuelve (2.2) dado τ^*_{t+1}.

El resultado no cambiaría si se permitiese que la gente joven votase: su tipo impositivo preferido sería siempre igual a uno. El único caso dudoso se daría en la situación en la que no existiese crecimiento de la población y los agentes jóvenes no votasen: entonces tanto $\tau_t = 0$ como la solución a (2.2) recibirían cada una de ellas el 50% de los votos, con lo que habría que introducir algún mecanismo *ad-hoc para* deshacer el empate.

2.3. **La dinámica del equilibrio**

Volvamos al problema de maximización (2.2). Utilizando los valores de equilibrio competitivo de s_t y π_{t+1} y operando con las condiciones de primer orden se obtiene:

$$\tau_t^* = \frac{\gamma\delta(1-\alpha)}{\gamma\delta(1-\alpha)+(1+\alpha\delta)} - \frac{\varepsilon(1+\alpha\delta)}{(\gamma\delta(1-\alpha)+(1+\alpha\delta))y_t} \qquad (2.3)$$

que, tras un cambio obvio de notación, puede reescribirse:

$$\tau_t^* = \frac{a}{a+b} - \frac{\varepsilon b}{(a+b)\,y_t} \qquad (2.4)$$

Ahora consideremos las consecuencias que la regla de voto (2.4) tiene para la dinámica del equilibrio. Nótese, en primer lugar, que aquí siempre funciona un mecanismo de «trampa de pobreza». Siempre que el nivel de renta actual no sea suficiente o el rendimiento marginal de invertir en educación sea bajo (desde el punto de vista de los futuros propietarios de capital), el tipo elegido será cero. Para verlo de forma más intuitiva, el tipo impositivo de equilibrio para una función de utilidad general y homotética $u(c)+\delta u(c')$ sería:

$$\tau = 1 - \frac{\pi(\tau)}{g(\pi(\tau))\cdot\partial\pi/\partial\tau} \qquad (2.5)$$

donde $g(\pi)$ es la función que satisface $s=(1-\tau)\omega\, g(\pi)$. Incluso en esta versión general, el modelo predice que los fondos públicos destinados a educación deberían ser una función creciente del nivel de inversión en capital físico o (de manera más precisa) de la parte de la renta actual que se invierte en el stock de capital futuro. Además, bajo los supuestos razonables de que $g(\pi)$ es elástica y $\pi(\tau)$ es una función cóncava, (2.5) también indica que el tipo impositivo debería ser una función decreciente del rendimiento esperado de la inversión. En las situaciones en las que el rendimiento del capital físico sea decreciente, el modelo predice una mejor disposición para aceptar impuestos que vayan a ser invertidos en aumentar la acumulación de capital humano.

Por otro lado, los agentes de mediana edad elegirán un tipo impositivo cero siempre que el rendimiento del capital físico sea demasiado elevado en relación a la cantidad de renta invertida en el mismo, es decir, siempre que:

$$\frac{\partial\pi/\partial\tau}{\pi} \leq \frac{1}{g(\pi)}$$

Esta desigualdad también indica que, en un modelo con agentes heterogéneos, la distribución de la riqueza y los ahorros entre los miembros de la generación de mediana edad debería afectar al equilibrio político. Los individuos de mediana edad con poco capital físico o sin él tenderían a oponerse a un impuesto sobre la renta para aumentar la educación, mientras que la gente «rica» se mostraría probablemente más favorable a apoyarlo. Esta observación revela una interacción crucial entre la asignación de la riqueza física y el nivel de Inversión pública en educación cuyas implicaciones tienen que ser analizadas en mayor detalle.

En nuestro modelo la condición para que no haya impuestos sería:

$$y_t \leq \frac{\varepsilon(1+\delta\alpha)}{\delta\gamma(1-\alpha)} = y_{min} \qquad (2.6)$$

que es mucho más sencilla que la del caso general, pero que muestra la mayoría de sus consecuencias cualitativas. Dados los parámetros de las funciones de utilidad y producción, (2.6) se reduce a una simple restricción sobre los niveles de renta: los países pobres tienden a votar contra la financiación de la educación debido a la trampa de pobreza. Además, en los países con una tasa de ahorro baja, será menos probable que se invierta en educación pública, y en los países en los que se destine una parte mayor de la renta nacional al stock de capital físico, será necesario un nivel mayor de renta per cápita para invertir en un sistema público de educación.

Cuando el votante medio apoye un impuesto positivo, la cantidad per cápita de recursos dedicados a educación pasará a ser igual a:

$$z_t = \tau_t\, y_t = \frac{a y_t}{a+b} - \frac{\varepsilon b}{a+b} \qquad (2.7)$$

que es una función creciente de la renta, tal y como se podía esperar. Empleando (2.7) en la ley de comportamiento del capital humano, se puede formular una condición simple de crecimiento:

$$\left\{\frac{h_{t+1}}{h_t} > 1\right\} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \left\{ y_t > \left(\frac{(a+b)(1+n)^{(1/\gamma)}}{a} - \varepsilon\right) \equiv \qquad (2.8)\right.$$
$$\left. \equiv y > y_{min} \right\}$$

que acentúa el hecho de que cierta inversión en educación no es necesariamente suficiente para el crecimiento. En otras palabras, la trampa de pobreza amplía el nivel de renta más allá de los involucrados en (2.6).

Ahora pueden derivarse las propiedades cualitativas del equilibrio dinámico. Para todo par de condiciones iniciales *(h_t, k_t)* tal que $k_t^{\alpha}\, h_t^{1-\alpha} \leq y_{min}$, se tiene:

$$\begin{aligned} k_{t+1} &= \frac{\delta(1-\alpha)}{(1+\delta)(1+n)}\, k_t^{\alpha}\, h_t^{1-\alpha} \\ h_{t+1} &= \frac{\varepsilon^{\gamma}}{1+n}\, h_t \end{aligned} \qquad (2.9)$$

mientras que para todo par de condiciones iniciales *(h_t, k_t)* tal que $k_t^{\alpha}\, h_t^{1-\alpha} > y_{min}$, la dinámica del equilibrio es:

$$\begin{aligned} k_{t+1} &= \frac{\delta(1-\alpha)b}{(1+\delta)(a+b)(1+n)}\,(\varepsilon + k_t^{\alpha}\, h_t^{1-\alpha}) \\ h_{t+1} &= \left(\frac{a(\varepsilon + k_t^{\alpha}\, h_t^{1-\alpha})}{a+b}\right)^{\gamma} \frac{h_t}{1+n} \end{aligned} \qquad (2.10)$$

El sistema dinámico (2.9) tiene sólo un estado estacionario en el origen, que atrae a todas las pautas que comienzan cerca de él. En cambio, el sistema (2.10) tiene un único estado estacionario interior en la intersección entre la curva:

$$(k^*)^{\alpha}\,(h^*)^{1-\alpha} = y \qquad (2.11)$$

y la expresión:

$$k^* = \frac{\delta b(1-\alpha)(1+n)^{(1-\gamma)/\gamma}}{\alpha(1+\delta)} \qquad (2.12)$$

donde y es el valor mínimo de la renta que permite un crecimiento positivo del capital humano per cápita, obtenido en (2.8). Las pautas estable (W^s *(h^*, k^*)*) e inestable (W^u *(h^*, k^*)*) del punto estacionario *(h^*, k^*)* definido por (2.11) y (2.12) se pueden derivar con facilidad empleando los métodos habituales. La pauta estable es especialmente relevante debido a que define el límite entre el área de la trampa de pobreza, en la que no se invierten suficientes recursos en educación y la renta per cápita disminuye, y el área de crecimiento, donde la cantidad dedicada a educación es lo suficientemente elevada como para mantener un crecimiento permanente de la renta.

2.4. El modelo con tasas de asistencia al colegio

Resulta bastante sencillo reproducir la mayoría de los resultados anteriores en un modelo en el que los miembros de la generación joven pueden elegir la cantidad de tiempo que quieren pasar en el colegio. De nuevo adoptaré una forma funcional muy sencilla que permita calcular de forma explícita los valores de equilibrio. Para no complicar la notación, supongo que la tasa de crecimiento de la población *n=0* y que, en caso de empate electoral, prevalecerá el deseo de la generación de mediana edad.

Comienzo suponiendo que, cuando es joven, un individuo de esta sociedad puede decidir entre asistir a la escuela o trabajar en alguna actividad productiva que no requiera cualificación ni un stock de capital físico (reparto de periódicos, trabajo agrícola, cuidado de niños, etc.). Por trabajar en este tipo de economía «sumergida» se percibe una tasa salarial fija β por unidad de tiempo; normalizo para que esté expresada en «unidades útiles». La función de utilidad para el ciclo vital de un individuo nacido en t-1 puede escribirse como sigue:

$$\upsilon_{t-1} = \beta\,(1 - \ell_{t-1}) + \log c_t + \delta \log c_{t+1} \qquad (2.13)$$

Es necesario modificar la descripción del sistema educativo para incluir que el crecimiento del capital humano sea una función de la cantidad de tiempo dedicada a la escuela. Adoptaré la siguiente forma funcional con el objetivo de mantener el nuevo modelo próximo al inicial y de que, a su vez, sea manejable:

$$h_t = h_{t-1}\,(\varepsilon + \ell_{t-1}^{\theta}\, z_{t-1})^{\gamma} \qquad (2.14)$$

donde el parámetro θ cumple 0<θ ≤ 1. De la maximización de (2.13) bajo la restricción presupuestaria de (2.1), la nueva restricción (2.14) y la condición de que

$$0 \leq \ell_{t-1} \leq 1$$

se obtienen unas políticas de ahorro y consumo idénticas a las del subapartado anterior mientras que la tasa de asistencia a la escuela viene dada de forma implícita por la condición de primer orden:

$$\frac{\beta}{1+\delta} = \frac{\gamma^{\theta}\, z_{t-1}\, \ell_{t-1}^{\theta-1}}{\varepsilon + \ell_{t-1}^{\theta}\, z_{t-1}} \qquad (2.15)$$

Para valores de θ estrictamente menores que uno, esta condición supone que en tanto en cuanto el gasto en educación sea positivo, la asistencia a la escuela siempre será positiva y creciente hasta alcanzar la escolarización completa para un nivel de gasto per cápita igual a:

$$\bar{z} = \frac{\varepsilon\,\beta}{(1+\delta)\,\gamma\theta - \beta}$$

Para calcular una expresión explícita del nivel de asistencia a la escuela restringimos nuestra atención al caso concreto θ =1 para el que tendremos:

$$\ell_{t-1} = \frac{\gamma\,(1+\delta)}{\beta} - \frac{\varepsilon}{z_{t-1}} \qquad (2.16)$$

Nótese que ahora

$$\ell_{t-1} = 0$$

pasa a ser un equilibrio si el gasto público es demasiado bajo. También resulta sencillo verificar que los individuos jóvenes todavía prefieren un tipo impositivo igual al 100% por lo que el votante medio sigue siendo el agente representativo de mediana edad.

Sustituyendo (2.16) en la función de utilidad (2.13), añadiendo las políticas de consumo y ahorro y resolviendo entonces la nueva versión del problema de maximización (2.2), puede calcularse el tipo impositivo de equilibrio. Vuelve a ser siempre positivo y, en realidad, independiente del nivel de renta. Su valor es: $\tau^* = a / (a+b)$

que corresponde al tipo impositivo máximo alcanzable bajo el régimen de asistencia exógena al colegio de los subapartados anteriores. Con todo, hay que destacar que la trampa de pobreza no ha desaparecido en esta versión del modelo ya que ahora el nivel de asistencia al colegio será cero para todos los niveles de renta que satisfagan:

$$y_t \leq \frac{\varepsilon}{a}\left(b + \frac{\beta\,(a+b)}{\gamma\,(1+\delta)}\right)$$

De forma más general, ahora el sistema dinámico que describe el proceso de crecimiento cuando $I_t>0$ es:

$$\begin{aligned} k_{t+1} &= \frac{\delta\,(1-\alpha)\,b}{(1+\delta)(a+b)}\,(k_t^{\alpha}\,h_t^{1-\alpha}) \\ h_{t+1} &= \left(\frac{\alpha\gamma(1+\delta)}{\beta(a+b)}\,k_t^{\alpha}\,h_t^{1-\alpha}\right)^{\gamma} h_t \end{aligned} \qquad (2.17)$$

que presenta propiedades cualitativas completamente análogas a las de (2.10). En concreto, para todas las condiciones iniciales (h_t, k_t) tales que:

$$k_t^{\alpha}\,h_t^{1-\alpha} < \frac{\beta(a+b)}{\alpha\gamma(1+\delta)}$$

la tasa de crecimiento del stock de capital humano per cápita será menor que uno, mientras que sucede lo contrario cuando no se cumple la anterior desigualdad.

Podemos resumir las predicciones del modelo sencillo presentado en este apartado en las siguientes líneas. Para un nivel dado de educación media, el apoyo a la financiación pública de la escolarización aparece cuando el stock de capital físico alcanza un nivel crítico, por debajo del cual no se podrá observar una acumulación duradera de capital humano. La parte de la renta nacional dedicada a la educación pública aumenta con la renta, aunque está limitada superiormente por algún número menor que uno. Sucede exactamente igual respecto a la tasa de asistencia al colegio entre los individuos jóvenes, que también puede permanecer cercana a cero si la cantidad de recursos dedicada a la educación es inadecuada.

La predicción de que tanto los impuestos como la cantidad total de recursos dedicada a la educación crece cuando la renta per cápita aumenta debería contrastarse con la de los modelos donde el único propósito de la educación pública es la redistribución intrageneracional. En estos casos, la parte de la renta destinada a la educación pública decrece cuando la renta media aumenta, mientras que la cantidad total de recursos dedicados al sistema escolar puede seguir cualquier pauta. La evidencia para varios países y a lo largo del tiempo parece sugerir que sucede lo contrario.

3. EL ALTRUISMO PATERNO

En este apartado analizo los resultados del modelo básico cuando se supone que los padres son altruistas lo que, por consiguiente, proporciona un segundo motivo para la provisión de educación. En realidad, la introducción del altruismo es un requisito necesario para estudiar la relación entre la financiación pública de la escolarización y la privada, puesto que esta última sólo parece tener sentido en un contexto de generosidad paterna. La Introducción del altruismo en los modelos generales de acumulación de capital puede explicar, por sí misma, la existencia de la escolarización y la continuidad del crecimiento. Sin embargo, deja sin explicación la adopción tan extendida de sistemas escolares financiados públicamente como instrumento para aumentar el capital humano medio de la sociedad, aspecto que recogemos aquí.

Para evitar convertir el modelo en uno de dinastías con horizonte temporal infinito, supondré que el altruismo paterno se expresa de la siguiente forma:

$$\upsilon_{t-1} = \log c_t + \delta \log c_{t+1} + \log h_{t+1} \quad (3.1)$$

Los padres se ocupan de sus hijos tan sólo en lo que se refiere a su educación. Les proporcionarán la escolarización pero no les dejarán ningún otro tipo de legado físico.

3.1. La financiación privada de la escolarización frente la pública

Llamamos z_t^p a la porción de la renta que los padres están dispuestos a dedicar de forma privada a la educación de sus hijos. Por lo tanto, la cantidad total de recursos per cápita disponibles para la acumulación de capital humano es igual a:

$$z_t = z_t^p + \lambda\tau_t \, y_t$$

,

donde $\lambda=\lambda\ (\tau)$ toma valores en el intervalo unitario; es una forma de recoger los costes administrativos y otros factores que hacen que la financiación pública sea relativamente más ineficiente que la privada. Aunque no parece haberse obtenido conclusiones definitivas sobre esta cuestión, la evidencia disponible indica que, *neto* de las pérdidas totales de la imposición, el valor empírico de λ podría estar bastante próximo a uno (Levin, 1991, West, 1991). El punto clave de este apartado sólo requiere el supuesto de que $\lambda\ (\tau)$ sea una función no creciente y continuamente diferenciable. Para mantener la forma explícita, consideraré dos formas funcionales concretas: $\lambda\ (\tau)=\lambda$ y $\lambda\ (\tau)=\lambda/(1+\tau)$

También cabe destacar que en este apartado, como en el anterior, todavía supongo que la educación pública funciona según un sistema de cheques y que la provisión real del servicio se realiza a través de un mercado competitivo. Esta situación permite a los padres completar los fondos públicos con fondos privados y justificar la nueva definición de z_t. En el siguiente apartado, se tendrá en cuenta el caso en el que la educación pública supone la provisión pública de los servicios escolares.

Para eliminar el exceso de notación se supone $\gamma=1$ en la regla de acumulación de capital humano, esta simplificación no afectará al resultado final de manera significativa. Cuando la maximización de (3.1) bajo las restricciones presupuestarias

$$c_t + z_t^p + s_t \leq (1-\tau_t)\omega_t \quad \text{y} \quad c_{t+1} \leq \bar{\pi}_{t+1} s_t$$

se resuelve en un conjunto de soluciones interiores, se tiene que:

$$\begin{aligned} c_t &= \frac{1}{2+\delta}\left[(1-\tau_t)\omega_t + \varepsilon + \lambda\tau_t\, y_t)\right] \\ s_t &= \frac{\delta}{2+\delta}\left[(1-\tau_t)\omega_t + \varepsilon + \lambda\tau_t\, y_t)\right] \\ z_t^p &= \frac{1}{2+\delta}\left[(1-\tau_t)\omega_t + \varepsilon\,(1+\delta) - \right. \\ &\quad \left. - (1+\delta)\,\lambda\tau_t\, y_t)\right] \end{aligned} \quad (3.2)$$

Estas fórmulas remarcan el hecho de que la renta disponible actual de la generación de mediana edad es ahora mayor que sus retribuciones salariales después de impuestos ya que incluyen el valor real de las transferencias del gobierno para educación $(\lambda_t\ \tau_t\ y_t)$ y el valor fijo ε. También hay que destacar que la restricción de no negatividad sobre z^p_t será efectiva cuando el tipo impositivo sea demasiado elevado y/o la renta actual del trabajo sea demasiado reducida; es decir, cuando:

$$\{z^p_t = 0\} \Leftrightarrow \left\{ \tau_t \geq \frac{1-\alpha}{(1-\alpha)+\lambda(1+\delta)} - \frac{\varepsilon(1+\delta)}{y_t\,[(1-\alpha)+\lambda(1+\delta)]} \equiv \bar{\tau}(y_t) \right\}$$

Nótese, en primer lugar, que ya se ha Introducido un mecanismo de «expulsión» al suponer que los fondos públicos y privados tienen un cierto grado de sustitución. Dada la renta actual, si los Impuestos son superiores al nivel $\bar{\tau}$ (y_t), no debería observarse gasto privado alguno. Habría que hacer hincapié en que, dentro del contexto del modelo presente, la expulsión de la financiación privada no tiene consecuencias negativas sobre el bienestar social. Simplemente se sugiere que, si se mantienen los niveles de renta constantes, deberíamos obsevar un menor gasto privado en educación en los países donde el apoyo público es más fuerte.

El modelo todavía predice la existencia de una trampa de pobreza puesto que la Inversión privada en educación puede ser cero incluso aunque el tipo impositivo sea cero. Como antes, esto ocurrirá cuando el país sea demasiado pobre y/o la proporción de renta de los propietarios de capital sea demasiado reducida, es decir, cuando:

$$y_t \leq \varepsilon(1+\delta) \;/\; (1-\alpha) = y^1$$

A continuación, habría que determinar el nivel de equilibrio del tipo impositivo cuando y_t ' y^1. Supondré que el votante medio tiene en cuenta la restricción de no negatividad sobre z^p cuando decide el tipo impositivo, es decir, vota el valor de τ ∈ [0, $\bar{\tau}$ *(y)]* que maximiza:

$$\log\left(\frac{(1-\tau)\omega+\varepsilon+\lambda(\tau)\tau y}{2+\delta}\right) + \delta\log\left(\frac{\delta}{2+\delta}\,\bar{\pi}(\tau)[(1-\pi)\omega+\varepsilon+\lambda(\tau)\tau y]\right) + \log\left(h\Big[\varepsilon+\lambda(\tau)\tau y + \frac{(1-\tau)\omega-\varepsilon(1+\delta)-\lambda(\tau)(1+\delta)\tau y}{2+\delta}\Big]\right) \qquad (3.3)$$

Las condiciones de primer orden que caraterizan una solución interior son:

$$\lambda(\tau) + \tau\lambda'(\tau) = 1-\alpha \qquad (3.4)$$

La redistribución de la renta entre generaciones conseguida a través de la imposición y el grado relativo de ineficiencia del sistema de financiación pública se convierten en los factores fundamentales del proceso político de decisión. La ecuación (3.4) significa que, en el límite, cuando el votante medio elija la proporción de los gastos escolares que serán financiados públicamente, sopesará la relación negativa entre la redistribución de la renta y las pérdidas de eficiencia. Para las dos formas funcionales de *X(x)* seleccionadas, el tipo impositivo de equilibrio va a ser:

$$\lambda(\tau) = \lambda : \quad \tau^*_t = \begin{cases} 0 & \text{si } \lambda+\alpha < 1 \\ \bar{\tau}(y_t) & \text{si } \lambda+\alpha > 1 \end{cases}$$

$$\lambda(\tau) = \frac{\lambda}{1+\tau} : \tau^*_t = \begin{cases} 0 & \text{si } \lambda+\alpha < 1 \\ \sqrt{\dfrac{\lambda}{1-\alpha}} - 1 & \text{si } \lambda+\alpha > 1 \end{cases}$$

Pueden derivarse las implicaciones dinámicas de este resultado mediante una adaptación de la lógica ya utilizada en el apartado anterior. Bajo cada uno de los posibles regímenes (esto es, τ=0 o τ=τ o

$$\tau=\sqrt{[\lambda/(1-\alpha)]}-1),$$

todavía existe cierto límite inferior que delimita el conjunto de condiciones iniciales para las que la acumulación continua es un resultado de equilibrio. Todas las restantes predicciones cualitativas recogidas al final del apartado dos, siguen siendo ciertas tras la introducción de los padres altruistas.

En concreto, se mantiene que la cantidad de recursos públicos dedicados a la educación aumenta con la renta. Cuando se modela la pérdida de eficiencia con la forma λ/(1+τ), el modelo también predice que la ratio entre gastos público y privado $z_t^p/\tau y_t$ aumentará cuando la renta per cápita crezca.

3.2. La escuela pública como cordón de los zapatos

En este subapartado argumentaré que, incluso aunque sea relativamente ineficiente, la financiación pública de la educación puede ser conveniente para el crecimiento agregado en aquellas situaciones en las que la motivación altruista privada no es suficiente para propiciarlo.

Para demostrar esta afirmación impongo la restricción de que λ.+α<1, con lo que en el equilibrio político no habría financiación pública alguna si el nivel de renta fuese suficientemente elevado como para producir cierto gasto privado positivo dedicado a educación. Hay que recordar que, para cualquier nivel de τ'0 dado, el gasto privado será cero cuando el nivel de renta sea menor que e(1+δ)/(1-α)=y^1. En estas circunstancias el problema de optimización al que se enfrenta el votante medio en el momento f es bastante diferente de (3.3). En concreto, un votante racional se dará cuenta de que no existe ninguna compensación uno a uno entre un incremento del gasto público de la educación y una disminución del gasto privado por la simple razón de que este último es ya igual a cero. El votante medio maximiza entonces la siguiente función objetivo:

$$\log\left(\frac{(1-\alpha)(1-\tau_t)y_t}{1+\delta}\right)+ + \delta\log\left(\frac{\tilde{\pi}_{t+1}\,(\tau_t\,\delta\,(1-\alpha)(1-\tau_t)\,y_t}{1+\delta}\right)+ + \log\,[h_t(\varepsilon+\lambda\,(\tau)\,\tau_t\,y_t)] \qquad (3.5)$$

La expresión (3.5) es una función creciente de τ en τ=0 cuando:

$$y_t > \frac{\varepsilon\,(1+\alpha\,\delta)}{[1+\delta\,(1-\alpha)]\,\lambda} = y^2 \qquad (3.6)$$

Ahora esto último es menor que y^1 siempre que λ y δ estén bastante próximas a uno; en realidad, tan sólo es necesario que λ > (1-α)/[1+δ (1-α)], que es lo que supondremos en el siguiente subapartado. En estas circunstancias, se tiene que:

$$\lambda\,(\tau)=\lambda \Rightarrow \qquad (3.7)$$
$$\Rightarrow \tau_t^* = \frac{1+\delta\,(1-\alpha)}{2+\delta} - \frac{\varepsilon\,(1+\alpha\delta)}{\lambda y_t\,(2+\delta)}$$

$$\lambda\,(\tau)=\lambda\,/\,(1+\alpha) \Rightarrow \qquad (3.8)$$
$$\Rightarrow \tau_t^* = \frac{\lambda y[1+\delta\,(1-\tau)]-\varepsilon(1+\alpha\delta)}{\varepsilon(1+\alpha\delta)+(2+\delta)\,\lambda y}$$

Si el sistema de finaciación pública no es completamente ineficiente y la tasa de descuento futuro no es demasiado elevada, al votante medio de mediana edad le compensa apoyar la escolarización pública aun cuando no estuviese dispuesto a afrontar ninguna cantidad de gasto privado en educación. Por ello, habría que concluir que, cuando el altruismo privado no es suficiente, un país muy pobre puede despegar por sí mismo a través de una imposición sobre la renta nacional acorde a (3.7) o (3.8) e invirtiendo los ingresos en la producción de capital humano.

Resulta obvio que la fuerza motriz que impulsa este resultado es la transferencia intergeneracional de la riqueza, que la escolarización pública induce, de los propietarios mayores de stock de capital a los padres más jóvenes. Merece la pena destacar que, de nuevo, también en este caso, lo que cuenta es el aspecto redistributivo entre generaciones; si la financiación pública fuese sólo un instrumento para la redistribución intrageneracional, no resultaría útil para compensar una cantidad insuficiente de altruismo paterno. Esto proviene del hecho de que la educación es un bien normal y de que, mediante la redistribución de la renta de la parte más rica de la sociedad a la más pobre, no se puede conseguir aumentar el nivel *máximo* de renta per cápita.

Para completar el argumento, es necesario contrastar que la cantidad de recursos recaudados a través de (3.7) o (3.8) es suficiente para ampliar el stock de capital humano per cápita. Como el álgebra pasa a ser bastante incómoda cuando se utiliza (3.8), tan sólo examinaré el caso en que el factor de ineficiencia λ es una constante y el tipo impositivo de equilibrio viene dado por (3.7). Utilizando esta última expresión en las leyes de comportamiento de h_t y k_t, se obtiene:

$$\begin{cases} k_{t+1} = \dfrac{\gamma\varepsilon}{\lambda} + \gamma\,(k_t^{\alpha}\, h_t^{1-\alpha}) \\ h_{t+1} = \theta\,(k_t^{\alpha}\, h_t^{1-\alpha})\, h_t \end{cases} \qquad (3.9)$$

donde se tiene que:

$$\lambda = \frac{\delta\,(1-\alpha)(1+\alpha\delta)}{(1+\delta)(2+\delta)}\ ; \quad \theta = \frac{1+\delta\,(1-\alpha)}{2+\delta}$$

Una sencilla manipulación algebraica revela que el sistema (3.9) tiene un estado estacionario *(h*, k*)* en el que:

$$(k^*)^{\alpha}\,(h^*)^{1-\alpha} = \frac{1-\theta\varepsilon}{\lambda\theta} = y^3$$

se cumple. También es fácil verificar que para valores de menores de uno se satisface la doble desigualdad:

$$y^2 < y^3 < y^1$$

lo cual confirma que el caso que estamos estudiando no es vano. La estructura de (3.9) en un entorno de *(h*, k*)* es la de un punto silla y el comportamiento global del sistema no difiere del presentado en el apartado 2.3. También en este caso es la pauta estable del estado estacionario la que separa la trampa de pobreza del área en la que se produce una acumulación indefinida.

4. LOS AGENTES HETEROGÉNEOS PREFIEREN LOS CHEQUES

Ya he insistido en que la naturaleza «pública» del sistema considerado hasta ahora procede de su fuente de financiación y no de la forma en que se proporciona este servicio. En realidad, varios de los supuestos realizados (véase, por ejemplo, el apartado 3) lo hacen más parecido a un sistema de cheques escolares financiado con impuestos públicos que al sistema escolar público con el que estamos familiarizados. En este último apartado, dejaré de lado estas restricciones e introduciré supuestos explícitos para recoger una característica importante de la provisión pública de los servicios escolares.

Centro la atención en el hecho de que la provisión de la escolarización implica una indivisibilidad fundamental: la asistencia a un centro impide a una persona completar los servicios educativos obtenidos por esta vía con servicios de otra institución. Abundando más en esta cuestión, cada escuela proporciona habitualmente una cantidad fija de educación según la fórmula «tómalo o déjalo». Si se desean más servicios educativos, hay que adquirirlos *en su totalidad* de una fuente diferente. Aunque esta restricción tecnológica se aplica por igual tanto a las escuelas privadas como a las públicas, éstas últimas se caracterizan por el hecho de que resulta muy difícil aumentar o reducir la calidad de la educación recibida trasladándose de una escuela pública a otra. Dentro de un distrito escolar dado, existe una uniformidad sustancial y moverse de un distrito a otro a menudo implica costes de transacción muy elevados.

Se ha observado (por ejemplo, Peltzman, 1973) que este mecanismo tiende a demandar una menor cantidad total de educación en relación a un sistema (como el anteriormente considerado) en el que el gobierno transfiere dólares educativos a las familias que posteriormente adquieren los servicios escolares en un mercado competitivo.

También analizaré que en una estructura dinámica como la que he descrito en este artículo, la provisión pública de escolarización tiende a disminuir la cantidad total de fondos dedicados a educación pública y, por consiguiente, retrasa el proceso de acumulación del capital. La razón intuitiva para este resultado es que, dada una cierta cantidad de educación provista públicamente siempre habrá familias que estén recibiendo menos de lo que consideran óptimo. Si a estas familias se les permitiese completar los fondos del gobierno con fondos privados, lo harían y no cambiaría nada esencial. Cuando esto resulta imposible o muy costoso, los padres que quieren un nivel elevado de gasto en educación para sus hijos se ven obligados a renunciar a la cantidad total de los fondos procedentes de las fuentes públicas y soportar el coste *completo* de una educación privada. Desde el punto de vista de estos individuos, la cantidad pagada de impuestos les priva de la mayor parte de la utilidad que, de otra manera, obtendrían de ella. En el momento de las elecciones, estarán dispuestos a apoyar tanto un tipo impositivo mucho más elevado como uno mucho más pequeño: con el primero sólo demandarán servicios escolares públicos, mientras que en el segundo caso continuarán utilizando el sector privado.

Aunque su enunciado es sencillo, el mecanismo resulta difícil de analizar debido a que implica varias sutilezas estratégicas que (como señala Stiglitz, 1974) fácilmente pueden producir una plétora de equilibrios diferentes. Como no me interesa esta línea de razonamiento, forzaré el argumento explotando varias características simplificadoras (aunque no necesariamente poco realistas) de las formas funcionales elegidas.

Supongo que la tasa de crecimiento de la población es desdeñable; esto implica que, para ser aprobado, un tipo de impuesto positivo debería recibir el apoyo de casi la totalidad de los miembros del grupo de mediana edad. Aunque este supuesto no cambia la sustancia del análisis, simplifica la tarea de caracterizar el tipo impositivo de equilibrio. En realidad, éste será el *menor* nivel de imposición apoyado por un miembro de la generación de mediana edad, puesto que todos los individuos mayores todavía votarán contra el impuesto y la totalidad de los jóvenes todavía desearían un impuesto igual al máximo permitido.

En este contexto los votantes cruciales pasan a ser aquellos individuos que escogerían un sistema público si éste les pudiese proveer un nivel alto de servicios pero que, en cualquier otro caso, optarían por la escuela privada. Este hecho reduce el conjunto de equilibrios posibles a dos: uno en el que todo el mundo aprovecha el sistema público, y otro en el que una parte de la población se cambia al sistema privado. Mantengo que se obtendrá este segundo equilibrio siempre que la distribución inicial de capital humano traspase el nivel del umbral crítico de dispersión. También demuestro que, al contrario de lo que ocurriría en el modelo de cheques presentado en los apartados dos y tres cuando se introducen agentes heterogéneos, el votante medio pertenece ahora a la cola superior de la curva de distribución de la renta. Esta conclusión se opondría a la teoría de la mayoría de los modelos en los que la principal razón para la educación pública es el deseo de la parte más pobre de la población de obtener cierta transferencia de renta de los individuos del segmento más rico. También sugiere que los métodos actuales de provisión de escuelas públicas pueden, en realidad, ir en contra de estos pretendidos propósitos redistributivos.

Supongamos que los agentes son heterogéneos en cuanto a los niveles de capital humano e impongamos la restricción «pública o privada» en la tecnología educativa. Supongamos que cada generación tiene un tamaño $(1+n)^t$ y está formada por un continuo de agentes, del tipo $i \in [0,1]$, que se reproducen de una generación a la siguiente a una tasa uniforme 1+n. En este contexto, la hipótesis de que los padres sólo se ocupan de sus hijos en lo que se refiere a la adquisición de capital humano, sin dejarles ningún legado físico, pasa a ser muy útil, ya que rompe el vínculo intergeneracional relacionado con el stock de capital físico. La presencia de herencias complicaría mucho nuestro análisis por lo que es mejor dejarlo para futuras consideraciones.

Puesto que no me propongo analizar la evolución dinámica de la asignación de la renta y del capital humano, no impondré supuestos especiales sobre la distribución inicial de los tipos $\mu(i)$. Las variables de estado agregadas se definen como:

$$k_t = \int_0^1 k_t^i \,\mu(di); \; h_t = \int_0^1 h_t^i \,\mu\,(di);$$

$$y_t = \left(\int_0^1 k_t^i \,\mu\,(di)\right)^{\alpha} \left(\int_0^1 h_t^i \,\mu\,(di)\right)^{1-\alpha} =$$

$$= k_t^{\alpha}\, h_t^{1-\alpha}$$

El problema de optimización sobre el ciclo vital de un individuo del tipo *i*, nacido en el periodo t-1 es ahora:

$$max\,\{log\ c_t^i + \delta\ log\ c_{t+1}^i + log\ h_{t+1}^i\}$$

sujeto a:

$$\begin{aligned} & c_t^i + s_t^i + z_t^{ip} \leq (1-\tau)\,\omega_t^i \\ & c_{t+1}^i \leq \tilde{\pi}_{t+1}\, s_t^i \qquad\qquad (4.1) \\ & h_{t+1}^i = h_t^i \cdot [max\,\{h\,(z_t^{ip}),\ h\,(z_t)\}] \end{aligned}$$

donde $h(x)=(\varepsilon+x)^{\gamma}$ y $z_t=(\tau_t y_t)/m_t$ con $m_t \varepsilon$ [0,1] correspondiente a la porción de población de equilibrio que asiste a las escuelas públicas. El «max» en la ley de comportamiento del capital humano recoge el mecanismo de exclusión anteriormente analizado. He omitido la hipótesis de «ineficlencia relativa» de las escuelas públicas para ahorrarnos cierta notación.

La manipulación de las condiciones de primer orden lleva a s_t^i δ c_t^i como es habitual. La demanda individual de educación privada requiere un análisis más detallado. Comencemos observando que, dadas las preferencias comunes y el hecho de que la educación es un bien normal, los Individuos que reclaman un nivel total de gasto educativo mayor son también los miembros más acomodados del grupo de mediana edad. Dados m_t y τ_t al reordenar los tipos de tal forma que los índices mayores correspondan a las rentas más elevadas, se tiene que:

$$z_t^{ip} = 0 \Leftrightarrow \frac{h'(z_t)}{h(z_t)} \leq \frac{1}{(1-\tau_t)\,\omega_t^i - s_t^i - z_t} \qquad (4.2)$$

$$\text{para } i \in [0, m_t]$$

y que:

$$z_t^{ip} > z_t \Leftrightarrow \frac{h'(z_t^{ip})}{h(z_t^{ip})} = $$

$$= \frac{1}{(1-\tau_t)\,\omega_t^i - s_t^i - z_t^{ip}} \qquad (4.3)$$

$$para\ i \in [m_t, 1]$$

Habría que destacar el curioso patrón de consumo que suponen (4.2), (4.3) y la provisión del tipo «tómalo o déjalo». Bajo unos valores de los parámetros elegidos adecuadamente, existirá un grupo intermedio de agentes (los «no tan ricos» de entre los que optan por adquirir una educación privada) que tendrán un nivel de consumo menor que los individuos que se encuentran justo por debajo de ellos en la escala de renta y que escogen el sistema público de escolarización. La introspección personal apoya la predicción del modelo.

Dado un par ($m_„$ x_t), las reglas de ahorro y consumo de cada individuo serán las siguientes.

Familias que escogen colegios, i∈[0, m_t]:

$$c_t^i = \frac{1-\tau_t}{1+\delta}\,\omega_t^i$$

$$s_t^i = \frac{\delta\,(1-\tau_t)}{1+\delta}\,\omega_t^i$$

$$c_{t+1}^i = \frac{\tilde{\pi}_{t+1}\,\delta\,(1-\tau_t)}{1+\delta}\,\omega_t^i$$

Familias que escogen colegios privados, i∈[m_t, 1]:

$$c_t^i = \frac{(1-\tau_t)\,\omega_t^i + \varepsilon}{1+\delta+\gamma}$$

$$s_t^i = \frac{\delta\,[(1-\tau_t)\,\omega_t^i + \varepsilon]}{1+\delta+\gamma}$$

$$z_t^{ip} = \frac{\gamma\,(1-\tau_t)\,\omega_t^i - \varepsilon\,(1+\delta)}{1+\delta+\gamma}$$

$$c_{t+1}^i = \frac{\tilde{\pi}_{t+1}\,\delta\,[(1-\tau)\,\omega_t^i + \varepsilon]}{1+\delta+\gamma}$$

Es necesario calcular los niveles de equilibrio de m_t y τ_t de forma simultánea. Considero, en primer lugar, la posibilidad de un equilibrio donde m_t =1. El tipo impositivo se obtendría del siguiente problema de maximización:

$$\max_{0\leq\tau\leq 1} \log \left(\frac{(1-\tau)\,\omega^i}{(1+\delta)}\right) +$$

$$+\delta \log \left(\frac{(1-\tau)\,\delta\,\tilde{\pi}\,\omega^i}{1+\delta}\right) +$$

$$+ \log\,[h^i(\varepsilon+\tau\,y)^\gamma]$$

Para $i\in$ [0,1], de donde se obtiene la siguiente condición de primer orden para una solución Interior:

$$\frac{1+\delta}{1-\tau} = \delta\,\frac{\partial\pi}{\partial\tau}\cdot\frac{1}{\pi(\tau)} + \frac{\gamma\,y}{\varepsilon+\tau\,y} \qquad (4.4)$$

Denotemos la única solución de (4.4) como τ_t^*. Nótese que nuestra elección de las funciones de utilidad tiene como consecuencia que el tipo impositivo sea independiente de las características del individuo y, en el «buen» equilibrio, existe unanimidad sobre el nivel impositivo. Esto no es cierto para funciones de utilidad más generales. Por (4.2), un par de equilibrio (m_t,τ_t) también debe satisfacer:

$$m_t \le \frac{(1+\gamma)\tau_t y_t}{\gamma\,(1-\tau_t)\,\omega_t^i-\gamma\, s_t^i-\varepsilon} \qquad (4.5)$$

para todos los índices $i\in[0,m_t]$. Por lo tanto, $(1, \tau_t^*)$ *no* es un equilibrio siempre y cuando exista un agente $j\in[0,1]$ para que se cumpla:

$$\omega_t^i > \frac{(1+\delta)}{\gamma\,(1-\tau_t^*)}\,[\varepsilon+(1+\gamma)\,\tau_t^*\, y_t] \qquad (4.6)$$

El lado derecho de (4.6) define un umbral de la renta per cápita, por encima del cual los individuos no estarán satisfechos con un equilibrio en el que sólo existan escuelas públicas. Supongamos que cierta cantidad significativa ν_t de agentes en [0,1] viola el umbral definido en (4.6).

Cuando ocurra esto, todos los votantes se darán cuenta de que $(1, \tau_t^*)$, con τ_t^* calculada a partir de (4.4), no puede ser un equilibrio. El equilibrio político vendrá determinado por un nuevo par (m_t,τ_t), donde $m_t<1$ satisface (4.5) y τ_t es el menor de los tipos impositivos demandados por los individuos del grupo de mediana edad. Para caracterizarlo, habría que examinar los nuevos problemas de voto a los que se enfrentan. Tomo como dadas las proporciones m_t y $\nu_t=1-m_t$ de usuarios de colegios públicos y privados respectivamente. Un individuo $i\in[0,m_t]$, votará de acuerdo a:

$$\frac{1+\delta}{1-\tau} = \delta\,\frac{\partial\pi}{\partial\tau}\cdot\frac{1}{\pi(\tau)}+\frac{\gamma\, y}{\varepsilon\, m_t+\tau\, y} \qquad (4.7)$$

que, bajo nuestros supuestos, todavía tiene una solución única $\tau(m_t)>\tau_t^*$. Sin embargo, un individuo $j\in[m_t,1]$ decidirá su voto de acuerdo a:

$$\max_{0\le\tau\le 1}\, \log\left(\frac{(1-\tau)\,\omega^j+\varepsilon}{1+\delta+\gamma}\right)+ \delta\,\log\left(\frac{\tilde{\pi}\,\delta\,[(1-\tau)\,\omega^j+\varepsilon]}{1+\delta+\gamma}\right)+ \log\left(h^j\left(\varepsilon+\frac{\tau\,(1-\tau)\,\omega^j-\varepsilon\,(1+\delta)}{1+\delta+\gamma}\right)^{\gamma}\right)$$

de donde se obtiene la siguiente condición de primer orden:

$$\frac{(1+\delta+\gamma)\,\omega^j}{(1-\tau)\,\omega^j+\varepsilon} = \delta\,\frac{\partial\pi}{\partial\tau}\cdot\frac{1}{\pi(\tau)} \qquad (4.8)$$

Una comparación de (4.7) y (4.8) muestra que la solución a esta última será estrictamente menor que la solución a la primera para un nivel elevado de dispersión de la renta, esto es, para algo escogido apropiadamente según:

$$\omega^j > \frac{\varepsilon\,(1+\delta)}{\gamma\,(1-\tau_t)}$$

De esta manera, el tipo impositivo de equilibrio se establecerá alrededor del nivel propuesto por el segmento más rico de la población, que será *menor* que el elegido por los otros miembros del grupo de mediana edad. Como para la tasa de participación m_t nótese, en primer lugar, que (4.8) determina τ_t), independientemente de m_t. Si designamos con *i* a los más ricos de entre los agentes que votan según (4.7), con *j* a los más pobres de entre los que eligen de acuerdo a (4.8) y con τ al único tipo impositivo que resuelve (4.8), en el equilibrio se tiene que:

$$\frac{(1+\gamma)\ \tau\ y}{\gamma\ [(1-\tau)\ \omega^j - s^j] - \varepsilon} \leq m \leq$$
$$\leq \frac{(1+\gamma)\ \tau\ y}{\gamma\ (1-\tau)\ \omega^i - \gamma\ s^i - \varepsilon} \qquad (4.9)$$

Para obtener un único valor de m_t a partir de esta expresión, es necesario suponer una distribución continua de la renta, lo cual podría ser algo restrictivo. La no unicidad que surge en el caso general no es, sin embargo, un problema especialmente serio puesto que siempre se puede seleccionar el límite superior de (4.9) como el valor de equilibrio de m_t. Como cabía esperar, ésta última expresión es, en cualquier caso, una función creciente del tipo impositivo.

El equilibrio descrito parece presentar varias características que, a menudo, se observan en el mundo real. La primera de ellas es el hecho de que el segmento más rico de la población apoya un menor nivel de financiación pública de la educación que el grupo más pobre y que el votante medio parece encontrarse más cerca de la primera clase de individuos que de la segunda. También se aprecia que, coherentemente con una observación sucinta, el apoyo a la financiación y la provisión públicas de los servicios escolares aumenta cuando la desigualdad de la renta disminuye.

Una consecuencia importante de la anterior observación es la siguiente: cuando el crecimiento de la renta media viene acompañado (como parece ocurrir en el mundo real) de una reducción de las desigualdades, se debería apreciar una correlación entre los aumentos de la renta per cápita y de la cantidad destinada a la financiación pública de la educación. Esta cuestión parece ser consistente con el trabajo empírico de James (1992), que observó que existían más escuelas privadas en los países pobres. Además, si el resultado (al menos, parcialmente) de una mayor inversión en educación es una tasa de crecimiento más elevada, entonces una menor desigualdad significa un crecimiento económico mayor.

Las consecuencias para el comportamiento dinámico de la economía de nuestro modelo son sencillas: bajo el sistema de «subvención en especie», la cantidad de educación pública provista en el equilibrio es estrictamente menor que la que se obtiene bajo un sistema de cheques. Este hecho incide de manera negativa en el proceso global de acumulación del capital físico y humano, lo que, en ambos casos, produce una tasa de crecimiento menor de la renta nacional.

Merece la pena hacer hincapié en que, aunque la aritmética del argumento anterior está muy simplificada debido a mi elección de las funciones de utilidad y de producción, el aspecto crucial del razonamiento se mantiene para formas funcionales más generales. La importancia empírica del fenómeno señalado y su impacto real sobre el proceso de crecimiento de la economía puede ser cualificado haciendo un uso adecuado del modelo que he desarrollado en este trabajo.

El resultado general parece consistente con lo que se observa en la realidad y da validez al argumento que afirma que la adopción de una perspectiva de mercado en la *provisión* de la educación aumentará la cantidad de recursos dedicados a la misma en el equilibrio.

En realidad, se puede ampliar más el argumento y afirmar que la introducción de subvenciones monetarias a la educación y la apertura de un mercado competitivo por el lado de la oferta, pueden ayudar a reducir el alto nivel de segregación que se observa en muchas comunidades americanas. Si se nos permitiese la libertad de ampliar el modelo estudiado más allá de las fronteras marcadas, el óptimo para el segmento más rico de la población sería intentar crear vecindarios segregados por grupos de renta donde se proporcionase la financiación escolar de forma local. Algo que, en efecto, parece apreciarse a lo largo de Estados Unidos y que constituye el objeto de un estudio reciente de Fernández y Rogerson (1992).

Aunque no soy capaz de desarrollar un resultado preciso en lo que se refiere a la evolución dinámica de la distribución de la renta, encuentro razonable conjeturar que, bajo el sistema de «subvención en especie», se debería observar un mayor incremento de la desigualdades de la renta que bajo el sistema de cheques considerado en los primeros apartados.

5. CONCLUSIONES

He propuesto un modelo de escolarización basado en la idea fundamental de que la educación subvencionada públicamente resuelve el problema del *free-rider* o usuario gratuito en las economías en las que se carece de mercados para financiar la inversión en capital humano. Si la acumulación de capital humano es uno de los motores del crecimiento, entonces un sistema de escuela pública tenderá a aumentar el crecimiento y se producirá su implantación en aquellas economías que tengan un stock de capital físico lo suficientemente elevado como para que las inversiones en educación sean costeables y rentables al mismo tiempo.

Cuando la cantidad de recursos dedicados a la educación pública se decide mediante un proceso de votación por mayoría, resulta inevitable que se utilice también como un instrumento de redistribución de la renta entre las distintas generaciones. Sin embargo, en mi modelo la redistribución de la renta se produce de abuelos a niños mientras que los padres persiguen igualar costes y beneficios marginales. Este aspecto es todavía más importante cuando se introduce el altruismo paterno: los padres financiarán entonces parte de la educación de sus hijos mediante impuestos sobre la renta de los abuelos. Los incentivos a actuar de este modo se reducen, o incluso desaparecen, cuando el sistema público es especialmente ineficiente en relación al privado y cuando la porción de renta que obtienen los propietarios de mayor edad del stock de capital es reducida.

Con todo, existen circunstancias bajo las cuales un sistema de escolarización público ineficiente puede tener utilidad para fomentar el desarrollo económico: en un equilibrio político con un sistema de mayoría de voto, puede implantarse la financiación pública de la escolarización cuando la financiación privada no surge en el equilibrio. Esta transferencia de recursos a la educación puede ser suficiente para iniciar un proceso de crecimiento que, al aumentar la renta per cápita por encima de un nivel crítico, pueda finalmente producir una sustitución del sistema público por uno privado (supuestamente más eficiente).

En último lugar, he demostrado que la provisión pública de escolarización, cuando se realiza según la forma «tómala o déjala», que es la habitual en casi todas partes, provoca una disminución en el equilibrio de la cantidad de recursos dedicados a la educación pública y un abandono de la misma en favor de las escuelas privadas por parte de los segmentos más ricos de la población. Esta situación, a su vez, implicará una reducción de las tasas de crecimiento agregado del stock de capital físico y humano. Las implicaciones que puede tener también sobre la dinámica de la distribución de la renta deben ser investigadas con mayor profundidad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BECKER, G. S. (1975): *Human Capital,* Chicago, IL: The University of Chicago Press.

BOLDRIN, M. (1991): «Threshold Externantes and Economic Development: A Note», D.P. N.°. 953, Center for Mathematical Studies in Economics and Management Science, Northwestern University.

— (1992): «Dynamic Externalities, Multiple Equilibria and Growth», *Journal of Economic Theory 58,* 198-218.

BUTTS, R. (1978): *Public Education in the United States,* New York: Holt, Rinehart and Winston.

CABALLÉ, J. y SANTOS, M. (1992): «On Endogenous Growth with Physical and Human Capital», D.P. 96, S.E.E.D.S., Universitat Autónoma de Barcelona y Universidad Carlos III de Madrid, *Journal of Political Economy,* próxima publicación.

CHAMLEY, C. (1992): «Externalities and Dynamics in Models of Learning or Doing», mimeo, Boston University.

ECKSTEIN, Z. y ZILCHA, I. (1991): «The Effects of Compulsory Schooling on Growth, Income Distribution and Welfare», Working paper 3891, Dept. of Economics, Tel Aviv University.

FERNÁNDEZ, R. y ROGERSON, R. (1992): «Income Distribution, Communities and the Quality of Public Education: A Policy Analysis», Working Paper 1, Dept. of Economics, Boston University, July.

FRIEDMAN, M. (1962): *Capitalism and Freedom,* Chicago: University of Chicago Press.

GLOOM, G. y RAVIKUMAR, B. (1992): «Public versus Prívate Investment in Human Capital: Endogenous Growth and Income Inequality», Journal of Political Economy 100, 818-834.

JAMES, E. (1992): «Why do Different Countries Choose a Different Public-Private Mix of Educational Services?», mimeo, The World Bank, October.

JONES, L. y MANUELLI, R. (1992): «Finite Lifetimes and Growth», *Journal of Economic Theory* 58, 171-197.

KRUSELL, P. y RIOS-RULL, J.-V. (1992): «Vested Interests in a Rositive Theory of Stagnation and Growth», mimeo, Northwestern University and University of Pennsylvania, December.

LEVIN, H. M. (1991): «The Economics of Educational Choice», *Economics of Education Review W,* 137-158.

LUCAS, R. Jr. (1988): «On the Mechanics of Economic Development», *Journal of Monetary Economics* 21, 3-42.

PELTZMAN, S. (1973): «The Effects of Government Subsidies-in-Kind on Private Expenditures: The Case of Higher Education», *Journal of Political Economy* 81, 1-26.

PEROTTI, R. (1990): «Political Equilibrium, Income Distribution and Growth», mimeo, Dept. of Economics, MIT, December.

PSACHAROPOULOS, G. (1985): «Returns to Education: a Further International Update and Implications», *The Journal of Human Resources* XX, 583-604.

— (1989): «Time Trends of the Returns to Education: Cross-National Evidence», *Economics of Education Review* 8; 225-231.

SAINT PAUL, G. y VERDIER, T. (1991): «Education, Democracy and Growth», Document n.° 91-27, DELTA-ENS, Paris.

STIGLITZ, J. E. (1974): «The Demand for Education in Public and Private School Systems», *Journal of Public Economics* 3, 349-385.

UZAWA, H. (1965): «Optimum Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth», *International Economic Review* 6, 18-31.