«Crecimiento sostenible y políticas medioambientales en un modelo AK con reducción de contaminación»

Presentamos un modelo AK con reducción de contaminación, donde la contaminación tiene un efecto negativo sobre el bienestar individual y la productividad del capital agregado. Las condiciones para un desarrollo sostenible y equilibrado, y el diseño y las características de la política medioambiental se examinan dentro del marco de este modelo. Los resultados demuestran que el nivel de calidad medioambiental asociado con el curso de equilibrio de mercado es menor que el nivel de eficacia, mientras que el nivel de crecimiento puede ser más alto o más bajo dependiendo del alcance de los efectos externos del medio ambiente sobre la producción. En el caso de las políticas medioambientales los resultados indican que, a partir de los niveles de contaminación correspondientes al equilibrio de mercado, una pequeña subida en la calidad del medio ambiente exigido tiene efectos positivos, tanto sobre la calidad del medio ambiente como sobre el crecimiento económico. Sin embargo, una vez alcanzado cierto nivel de calidad medioambiental, las políticas medioambientales no tienen margen para fomentar el crecimiento económico. También demostramos que el impuesto de contaminación óptimo tiene que aumentar el nivel de crecimiento equilibrado de la economía. Por último, encontramos que el curso eficaz puede ser replicado mediante un impuesto constante sobre la producción combinado con una subvención constante sobre reducción de contaminación. Además, esta política ambiental es autofinanciable.

Azterlan honetan, kutsadura murrizketa duen AK eredu bat aurkeztu dugu. Bertan, kutsadurak eragin negatiboa du banakako ongizatean eta kapital metatuaren ekoizkortasunean. Garapen iraunkor eta orekatu baterako baldintzak eta ingurumen politikaren diseinua eta ezaugarriak eredu honen barruan aztertu dira. Lortu diren emaitzek frogatu dute merkatu orekaren bilakaerari lotutako ingurumenaren kalitate maila eraginkortasun maila baino apalagoa dela eta hazkunde maila handiagoa edo txikiagoa izan daitekeela ingurumenaren kanpo eraginek ekoizpena nola baldintzatzen duten. Ingurumen politikei dagokienez, emaitzek agerian utzi dute behin merkatuaren orekari dagozkion kutsadura maila lortu ondoren, eskatzen den ingurumen kalitatean igoera txiki batek ondorio onak dakartzala, hala ingurumenaren kalitatean nola ekonomiaren hazkundean. Hala ere, ingurumenean kalitate maila jakin bat lortu ondoren, ingurumen politikek ez dute ekonomi hazkundea suspertzeko ahalmenik. Halaber, kutsaduraren gaineko zerga hoberenak ekonomiaren hazkunde orekatuaren maila goratu behar duela frogatu dugu. Azkenik, bilakaera eraginkorra ekoizpenaren gaineko zerga iraunkor bat eta kutsadura murrizketaren gaineko diru laguntzak aldi berean erabiltzen berdin lortzen dela frogatu dugu. Are gehiago, ingurumen politika hori bere baliabide soilekin ere finantza daiteke.

An AK model with pollution abantement in which pollution has a negative influence on individual welfare and on the productivity of aggregate capital is presented. Conditions for a sustainable balanced growth and the design and features of the environmental policy are studied in the framework of this model. The results show that the level of environmental quality associated with the market equilibrium path is below the efficient level, while the growth rate may be higher or lewer depending on the extent of the external environmental effects in the production. As regards environmental policies, the results indicate that starting from the pollution level corresponding to the market equilibrium, a small tightening of the environmental standard has a positive effect both on environmental quiality and on economic growth. However, reached a certain level of environmental quiality, the environmental policy no longer has margin to promote growth. It is also shown that the optimal pollution tax must *increase* at the balanced growth rate of the economy. Finally, it is found that the efficient path can be replicated through a *constant* tax rate on production combined with a *constant* subsidy rate on pollution abatement. Furthermoreover, this environmental policy is selffinancing.

Santiago J. Rubio*
Juana Aznar*
Universidad de Valencia

ÍNDICE

Palabras clave:Desarrollo sostenible, política medioambiental, modelo AK, contaminación.
Clasificación JEL: H2, O4, Q2

1. INTRODUCCIÓN

En la última década, se han escrito muchos artículos sobre la relación entre el crecimiento económico y la conservación del medio ambiente dentro del marco de los modelos de crecimiento endógenos.[1] Entre ellos, destacamos los artículos de Gradus y Smulders (1993), Logthart y van der Ploeg (1994), Smulders y Gradus (1996), Chevé (2000) y Reis (2001). Todos estos trabajos utilizan un modelo de crecimiento endógeno AK para analizar la relación entre el crecimiento económico y la conservación de medio ambiente. Estos trabajos se pueden dividir en dos grupos. El primero, dentro del cual estarían los artículos de Ligthart y van der Ploeg (1994), Huang y Cai (1994), Michel y Rotillon (1995), Mohtadi (1996), Stokey (1998), incluye modelos que predicen el crecimiento *ecológicamente insostenible*. En estos modelos el crecimiento se consigue al coste de una continua reducción en la calidad de medio ambiente. El segundo grupo, que contiene los restantes artículos, trata de modelos que pronostican el crecimiento *ecológicamente sostenible*. Según estos modelos, bajo determinadas condiciones, una economía podría seguir el curso de crecimiento equilibrado con estabilidad de

* Una primera versión de este artículo fue presentada en el Tenth Annual Conference de la European Association of Environmental and Resource Economists, Rethymnon, Grecia, Junio 30-Julio 2, 2000 y en el 15th Annual Congress of the European Economic Association, Bozen-Bolzano, Italia, Agosto 30-Septiembre 2, 2000. Agradecemos el interés de los participantes en estos congresos y, en particular, al Profesor Y. Hossein Farzin por sus comentarios. Se agradece la ayuda económica del Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas y del Ministerio de Ciencia y Tecnología con el proyecto BEC-2000-1432.

[1] Ver Smulders (1999) para un resumen de la literatura sobre crecimiento endógeno y medio ambiente.

las emisiones, y por lo tanto, un nivel constante de calidad medioambiental. En algunos casos el crecimiento podía ser compatible hasta con reducciones en emisiones, como por ejemplo en Smulders y Gradus (1996). En este artículo, Smulders y Gradus presentan un modelo de equilibrio ge neral de un sector donde el medio ambiente es esencial para la producción y el bienestar, y estudian las condiciones bajo las cuales el crecimiento económico a largo plazo es compatible con la conservación de la calidad medioambiental. Su modelo no es estrictamente un modelo AK, pero se puede obtener como un caso particular. Ellos demuestran que el crecimiento económico a largo plazo es compatible con la conservación de medio ambiente bajo condiciones que no son tan restrictivas en comparación con las condiciones requeridos por otros modelos normales de crecimiento endógenos. En particular, obtienen que se puede alcanzar el crecimiento ecológico sostenible aunque la elasticidad de la utilidad marginal de consumo sea menor que uno. Sus resultados también demuestran que las propiedades de la función de contaminación son claves para lograr un crecimiento sostenible. Para ser exactos, se requiere una elasticidad de contaminación con respecto a la reducción de contaminación igual o más alta que la elasticidad de contaminación con respecto al capital. Además, encuentran que si la tecnología de reducción de contaminación es suficientemente favorable como para reducir la contaminación a lo largo del tiempo a través de la acumulación del capital y la reducción de la contaminación, y la elasticidad de la utilidad marginal del consumo y la preferencia temporal son suficientemente bajas, entonces las opciones "verdes" conllevan una tasa de crecimiento óptima más alta. Por último, ellos demuestran que un impuesto medioambiental óptimo puede incrementar el crecimiento, pero no estudian en detalle el diseño de una política medioambiental óptima.[2]

En este artículo, clarificamos y completamos los resultados obtenidos por Smulders y Gradus (1996). Tenemos particular interés en el diseño y características de la política medioambiental. Con este fin, presentamos el modelo de crecimiento endógeno *a la Rebelo*, en el cual la productividad de capital depende positivamente de la calidad del medio ambiente pero que es *constante* para un determinado nivel de calidad medioambiental, y suponemos que las empresas pueden dedicar recursos a la reducción de la contaminación. El artículo contiene dos partes: en la primera, distinguimos entre crecimiento sostenible equilibrado *débil* y *fuerte,* y descubrimos que un crecimiento sostenido fuerte no es viable en un modelo AK cuando el medio ambiente afecta la productividad.[3] También encontramos que para un crecimiento sostenible débil, siempre existe un conflicto a largo

[2] Chevé (2000) expande el modelo de Gradus y Smulders (1993) al caso de contaminante en stock. La autora estudia, siguiendo a Tahvonen y Salo (1996), las diferentes funciones de contaminación que presentan la característica de que un nivel suficientemente alto de stock de contaminación puede reducir la velocidad de descomposición a cero. Reis (2001) estudia el efecto de la posibilidad de que en el futuro se invente una tecnología que elimine la contaminación sobre el crecimiento óptimo.

[3] Gradus y Smulders (1996) obtienen que un crecimiento sostenible fuerte es posible cuando el medio ambiente afecta a la productividad pero para conseguir este resultado, tienen que suponer que la

plazo entre conservación de la naturaleza y crecimiento económico. En la segunda parte del artículo, nos centramos en el diseño de la política medioambiental. Primero analizaremos una política subóptima de control de contaminación, es decir, una política basada en *estándares*, estudiando el efecto de una política medioambiental más rígida sobre la tasa de crecimiento, la cual consiste en exigir emisiones más bajas a las empresas. En segundo lugar, estamos interesados en una política medioambiental basada en impuestos y subvenciones pigouvianos, cuyo objetivo es restaurar la eficacia en la distribución eficaz del mercado, que puede definirse como una *política de precios*.

Nuestros resultados indican que empezando desde el nivel de contaminación correspondiente al equilibrio de mercado, una pequeña alza en el nivel exigido tiene un efecto positivo, tanto sobre la calidad medioambiental como sobre el crecimiento económico. Sin embargo, una vez alcanzado un cierto nivel de calidad medioambiental, la política medioambiental no tiene margen para favorecer el crecimiento. También demostramos que el impuesto óptimo de contaminación tiene que *crecer* a la tasa de crecimiento equilibrado de la economía. Por último, encontramos que el curso eficiente se puede replicar a través de una tasa *constante* de subvención sobre reducción de contaminación. Además, esta política medioambiental es autofinanciable. Este resultado es de interés, ya que una de las limitaciones de los impuestos pigouvianos es que se necesitan subvenciones a tanto alzado para distribuir los beneficios resultantes de la restauración de la eficacia distributiva.

Este artículo se estructura del siguiente modo: en la sección 2 presentamos el modelo AK con reducción de contaminación y obtenemos las condiciones necesarias para un crecimiento sostenible, equilibrado y débil. En la sección 3, calculamos el curso de eficiencia y equilibrio para una determinada especificación de la función de utilidad, que satisfaga las condiciones establecidas en la sección 2, y para una función de productividad con elasticidad de producción constante respecto de la contaminación. La sección 4 estudia las políticas medioambientales y en la última sección exponemos nuestras conclusiones.

2. **UN MODELO AK CON REDUCCIÓN DE CONTAMINACIÓN**

Vamos a considerar un modelo de crecimiento endógeno para una economía cerrada con un consumidor representativo racional y un bien privado, C y un 'mal' público, P, que representa el nivel de emisiones. Las preferencias están descritas por una función de utilidad $U(C,P)$, que suponemos creciente y estrictamente cóncava en C, decreciente en P, y dos veces diferenciable de manera continua. También suponemos que para un determinado $P \geq 0$, $U_c(0,P)=+\infty$ y $U_c(+\infty,P)=0$.

---

productividad del capital puede estar disminuyendo para un determinado nivel de calidad medioambiental. Sin embargo, este supuesto no es muy razonable en el planteamiento de un modelo AK, donde la interpretación del capital es amplia, incluyendo por ejemplo, el capital humano. Ver Rebelo (1991).

A continuación establecemos la relación entre medio ambiente y actividad económica. La función agregada de producción es $Y = A(P)\, K$, donde K representa una medida de capital en sentido amplio incluyendo también, por ejemplo, el capital humano. La contaminación afecta negativamente a la productividad de capital. En nuestro modelo suponemos que la contaminación, un ejemplo de la producción conjunta, también depende linealmente del capital , K y que el cociente P/K depende negativamente de la reducción de contaminación, Z.[4] Entonces el flujo de contaminación es $P=B(Z)K$, con $P=B(Z)K$, con $B'<0$.

En esta sección estudiamos el problema de la planificación social. El planificador elige los cursos para el consumo y reducción con el fin de maximizar la utilidad del consumidor representativo que vive infinitamente. El problema de planificador es

$$\begin{aligned} &\max_{\{C,Z\}} \int_0^\infty e^{-\rho t} U(C,F)\, dt \\ s.t.\ \dot{K} &= A(P)K - C - Z, \quad K(0) = K_0, \\ P &= B(Z)K, \end{aligned}$$

donde ρ es la tasa de descuento. Suponemos que $A > r$, lo cual es necesario y suficiente para el crecimiento sostenible en ausencia de consideraciones medioambientales.

[4] En este artículo excluimos la contaminación asociada al consumo.

Las condiciones para el óptimo son:

$$U_C = U_P B'K + U_C A'B'K^2, \qquad (1)$$

$$A + A'BK = \rho - \frac{\dot{U}_C}{U_C} - \frac{U_P}{U_C}B. \qquad (2)$$

La primera condición establece que en el margen, la utilidad marginal del consumo tiene que ser igual a la valoración marginal de la reducción de contaminación, que viene dada por el producto de la utilidad marginal de contaminación, U_P, y el efecto marginal de la reducción de la contaminación sobre emisiones, $B'K=P_Z$, más el producto de la utilidad marginal de consumo, U_C y el efecto marginal (indirecto) de la disminución de emisiones sobre la producción, $A'B'K^2=Y_P P_Z$. Esta condición requiere que $A'B'K^2 < 1$. La segunda condición, la ecuación de Euler, define la optimización dinámica del reparto. Esta condición es una regla de oro 'modificada' de acumulación de capital, donde el lado izquierdo es la productividad marginal neta de capital, $Y_K + Y_P P_K$, y el lado derecho incluye un término que captura el efecto negativo (indirecto) de la acumulación de capital sobre la utilidad $U_P B/U_C = U_P P_K/U_C$.

Por lo tanto, la restricción dinámica de stock de capital junto con las ecuaciones (1) y (2), y la condición de transversalidad

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}\lambda K = 0$$

implícitamente describen el curso eficaz para un determinado valor de capital inicial. La manera más sencilla de caracterizar los cursos óptimos es buscar el curso de *crecimiento equilibrado sosteni-*

ble, que definimos como una solución *{K,C,Z}* al problema de optimización para una condición inicial $K(0) = K_0$, de manera que las tasas de crecimiento de *K, C, Z* y los cocientes *Y/K, C/K, y Z/K* son constantes, y la tasa de variación de contaminación es cero o negativa. Esto lo llamamos crecimiento sostenible porque este tipo de crecimiento equilibrado es compatible con un nivel constante o creciente de calidad medioambiental. Es útil, en este punto, diferenciar entre sostenibilidad *débil* y *fuerte.* Hablaremos de crecimiento equilibrado sostenible débil cuando las emisiones son constantes, mientras que nos referimos a crecimiento equilibrado sostenible fuerte si el crecimiento es compatible con una reducción de emisiones.

Seguidamente estudiamos las condiciones bajo las cuales es posible alcanzar el crecimiento equilibrado sostenible. Es decir, investigamos las propiedades que las funciones de utilidad y emisiones deben mostrar para conseguir el curso de crecimiento que no deteriore el medio ambiente.

Diferenciando la función de emisión obtenemos

$$g_P = \frac{B'Z}{B} g_Z + g_K,$$

donde g_P, g_Z y g_K representan las tasas de crecimiento de contaminación, reducción (de la contaminación) y capital respectivamente. Si nos centramos en el curso de crecimiento equilibrado de la economía, podemos escribir que $g_Z = g_K = g$, donde g es la tasa de crecimiento equilibrado. Así obtenemos la siguiente relación entre g_P y g

$$g_P = g\left(\frac{B'Z}{B} + 1\right),$$

donde $-B'Z/B$ es el valor absoluto de la elasticidad del cociente P/K respecto de la reducción de contaminación

$$\eta = -\frac{\partial(P/K)}{\partial Z}\frac{Z}{P/K} = -\frac{B'Z}{B}.$$

Así obtenemos que $g_P = g(1-\eta)$, lo cual establece que para alcanzar el curso de crecimiento equilibrado sostenible, es necesario que $\eta \geq 1$. Para $\eta = 1$, las emisiones serán constantes mientras que para $\eta > 1$, las emisiones estarán disminuyendo. Sin embargo, cuando el medio ambiente afecta la productividad, es fácil comprobar que un crecimiento equilibrado sostenible *fuerte* no es viable. La razón es que el crecimiento equilibrado requiere una productividad de capital constante que sólo se puede alcanzar si la contaminación es constante. Si rescribimos la restricción dinámica para el stock de capital como

$$g_K = A(P) - \frac{C}{K} - \frac{Z}{K}, \qquad (3)$$

obtenemos que para *C/K* y *Z/K* constante, es necesario que *P* sea constante para obtener una tasa de crecimiento constante. Entonces η tiene que ser igual a la unidad para alcanzar el curso de crecimiento equilibrado sostenible en un modelo AK de crecimiento endógeno.

Continuando con las condiciones para un crecimiento equilibrado sostenible, utilizamos (1) y el hecho de que la función

B(Z) es homogénea de grado –1 cuando $\eta = 1$, para obtener[5]

$$-\frac{U_P}{U_C}B = \frac{Z}{K} + A'BK,$$

lo que, sustituyendo en (2), nos da

$$-\frac{\dot{U}_C}{U_C} = A - \frac{Z}{K} - \rho,$$

lo que, finalmente, diferenciando la utilidad marginal del consumo para una contaminación constante, da

$$g_1\left(\frac{Z}{K}\right) = \frac{1}{\sigma}\left(A\left(f\left(\frac{K}{Z}\right)\right) - \frac{Z}{K} - \rho\right), \quad (4)$$

donde s es la elasticidad de la utilidad marginal de consumo, $U_{CC}C/U_C$. Entonces, para tener una tasa de crecimiento constante es necesario que s sea constante. En este caso, (4) define la tasa de crecimiento de la economía como una función del cociente *Z/K*. Por último, el curso de crecimiento equilibrado también requiere que el cociente *C/K* en (3) sea constante. Esto ocurrirá si suponemos que la elasticidad intratemporal de sustitución entre *C* y *P* es igual a uno. En este caso, la Tasa Marginal de Sustitución (Compensación) es proporcional al cociente *C/P* y la condición (1) puede escribirse como

$$MRS_{CP} = \frac{U_P}{U_C} = -\alpha\frac{C}{P} = \frac{1 - A'B'K^2}{B'K},$$

lo que, teniendo en cuenta que *B(Z)* es una función homogénea de grado –1, resulta en

$$\frac{C}{K} = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{Z}{K} + A'P\right), \quad (5)$$

de forma que (3) puede escribirse como

$$g_2\left(\frac{Z}{K}\right) = A\left(f\left(\frac{K}{Z}\right)\right) - \frac{1}{\alpha}A'\left(f\left(\frac{K}{Z}\right)\right)f\left(\frac{K}{Z}\right) - \frac{1+\alpha}{\alpha}\frac{Z}{K}. \quad (6)$$

Al imponer $g_1 = g_2$, podemos emplear (4) y (6) para calcular la tasa de crecimiento y el cociente *Z/K* que corresponden al curso eficiente de crecimiento equilibrado sostenible de la economía. El análisis previo nos permite concluir que:

Proposición 1 *La existencia de un curso de crecimiento equilibrado sostenible débil requiere que las funciones de utilidad y emisión cumplan los siguientes requisitos: i) la elasticidad del cociente P/K con respecto a la reducción de contaminación, h, tiene que ser igual a uno; ii) la elasticidad de la utilidad marginal de consumo, s, tiene que ser constante, y iii) la elasticidad de sustitución intratemporal entre C y P tiene que ser igual a uno.*

3. EL CURSO DE CRECIMIENTO EQUILIBRADO SOSTENIBLE

3.1. El curso eficiente

Para avanzar en el estudio de las condiciones necesarias para un crecimiento sostenible, nos vamos a centrar en una especificación particular de la función de utilidad que cumple las condiciones que hemos presentado en la Proposición 1:

$$U(C,P) = \frac{1}{1-\sigma}\left(C^{1-\sigma}P^{-\alpha(1-\sigma)} - 1\right).$$

[5] Notar que si B(Z) es una función homogénea de grado –1, entonces la función de emisión, P = B(Z)K, es homogénea de grado cero, por lo que la función de emisión puede ser escrita como una función lineal del cociente K/Z, P=f(K/Z). Recuérdese que una función homogénea de grado cero depende del cociente de sus argumentos.

Este tipo de especificación ha sido utilizado por Huang y Cai (1994), Mohtadi (1996) y Smulders y Gradus (1996), y se basa en la función de utilidad propuesta por King, Plosser y Rebelo (1988). Además, suponemos que la función de producción es $Y = AP^{-\beta}K$ con $0< \beta < 1$, y que la función de emisión *es* $P = BK/Z$, de forma que finalmente la función de producción puede escribirse como $Y = AZ^{\beta}K^{1-\beta}$.[6]

Para estas especificaciones, las condiciones (1) y (2) para el óptimo son

$$1 = \alpha\frac{C}{Z} + \beta A\left(\frac{K}{Z}\right)^{1-\beta}, \quad (7)$$

$$(1-\beta)A\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} = \rho + \sigma g + \alpha\frac{C}{K}, \quad (8)$$

de las cuales obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones

$$g_1 = \frac{1}{\sigma}\left[A\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} - \frac{Z}{K} - \rho\right] \quad (9)$$

$$g_2 = \frac{1}{\alpha}\left[(\alpha+\beta)A\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} - (1+\alpha)\frac{Z}{K}\right] \quad (10)$$

A partir de este sistema obtenemos el siguiente resultado:

Proposición 2 *Si $\sigma > \alpha/(1+ \alpha)$ y A es suficientemente grande, entonces existe un único curso eficiente para la economía definido por (9) y (10).*

Demostración: ver Apéndice A.

Es interesante destacar que las condiciones de la proposición 2 no son muy restrictivas. En particular, la condición sobre la elasticidad de la utilidad marginal de consumo establece que el crecimiento equilibrado es viable siempre que la elasticidad no sea muy baja. También podemos demostrar, ver Apéndice B, que (9) y (10) son dos funciones cóncavas que se cruzan en un punto con $g'_2[(Z/K)_E]<g'_1[(Z/K)_E]<0$, de forma que la solución al problema tiene la siguiente representación gráfica.[7]

A continuación evaluamos los efectos de una variación en la disposición a pagar por la calidad medioambiental sobre la contaminación y la tasa de crecimiento de la economía.[8] El resultado es que $\partial(Z/K)_R/\partial\alpha > 0$, ver Apéndice D. Recuérdese que la *RMS* depende del parámetro a, de modo que para una determinada relación entre consumo y contaminación, un valor más alto de a significa que la disposición a pagar por un medio ambiente más limpio es mayor. El efecto sobre la tasa de crecimiento viene dado por $\partial g_E/\partial\alpha=\partial g_E/\partial(Z/K)_E\, \partial(Z/K)_E/\partial\alpha$, que es negativo porque $\partial g_E/\partial(A/K)_E$ es negativo en el punto de intersección de las funciones g_1 y g_2 (ver figura 1). Por lo tanto podemos concluir que:

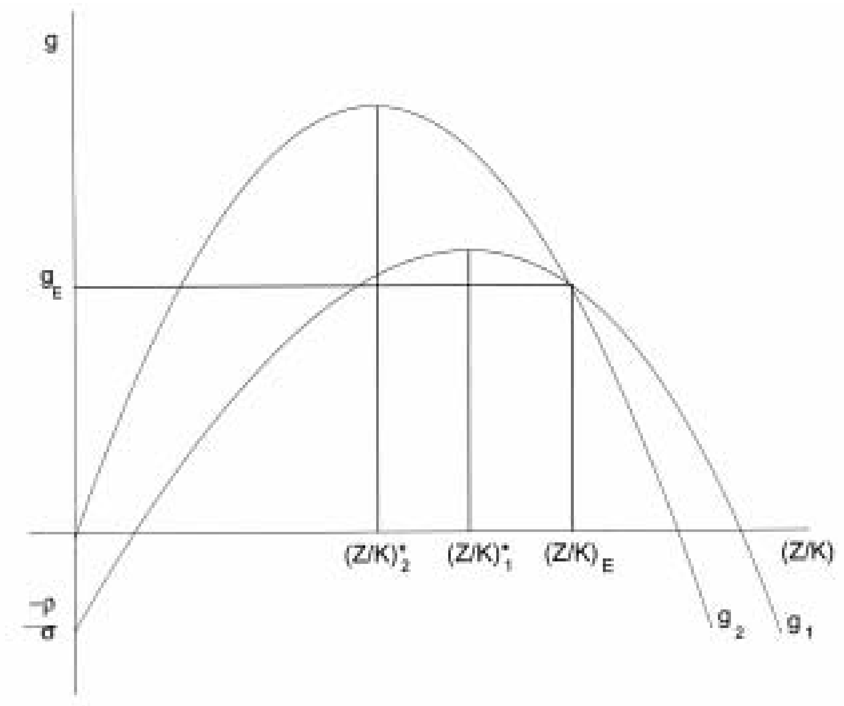
Proposición 3 *Existe un conflicto a largo plazo entre la conservación del medio ambiente y el crecimiento económico.*

[6] Nótese que cuando el medio ambiente afecta a la productividad, la productividad marginal neta del capital viene dada por Yk = (1-b)A(Z/K)b. Así que, b<1 garantiza que la productividad marginal neta del capital sea positiva. También hemos supuesto, sin perdida de generalidad, que B =1.

[7] E representa la distribución intertemporal eficiente de Pareto. Esta figura ayuda a entender mejor la demostración presentada en el Apéndice A.

[8] Es bien sabido que el modelo AK carece de dinámicas transicionales, ver Barro y Sala-i-Martin (1995, pp. 142-3). Esta propiedad no desaparece en el modelo AK con reducción de contaminación que presentamos en este artículo, ver el Apéndice C.

FIGURA 1



3.2. **El curso de equilibrio**

Suponemos que el consumidor representativo maximiza la función de utilidad a lo largo de un horizonte infinito, determinando el consumo sujeto a la usual restricción presupuestaria intertemporal y aceptando el nivel de calidad ambiental existente. Obtenemos la regla Keynes-Ramsey a partir de este problema de maximización, suponiendo un nivel de contaminación constante: $r = p + \sigma g_M$, donde r es el tipo de interés de mercado y g_M es la tasa de crecimiento equilibrado del equilibrio de mercado. Vamos a suponer también que hay un gran número de empresas que producen un bien homogéneo bajo condiciones de competencia perfecta. Cuando el medio ambiente afecta a la productividad, las empresas tienen un incentivo para gastar en la reducción de contaminación. Sin embargo, como la contaminación es un mal público, la distribución descentralizada no puede ser eficaz. Para tener en cuenta los efectos externos de las decisiones que toman las empresas, hacemos una distinción entre un efecto *interno* y un efecto *externo* de la contaminación. Representamos el efecto externo, que las empresas consideran determinado exógenamente, mediante P~, y el efecto interno, que depende de las decisiones de la empresa, mediante P.[9] En este caso los beneficios de la empresa vienen dados por

$$\pi = A\left(\frac{K}{Z}\right)^{-\tilde{\beta}} \tilde{P}^{-(\beta-\tilde{\beta})}K - Z - rK,$$

donde $P = K/Z$ y donde β - β~ representa la magnitud de los efectos externos para β~ ε *(0,* β*).* Las condiciones de primer orden para la maximización de los beneficios son

$$\begin{aligned} A(1-\tilde{\beta})\left(\frac{Z}{K}\right)^{\tilde{\beta}} \tilde{P}^{-(\beta-\tilde{\beta})} &= r, \\ A\tilde{\beta}\left(\frac{K}{Z}\right)^{1-\tilde{\beta}} \tilde{P}^{-(\beta-\tilde{\beta})} &= 1. \end{aligned}$$

La primera condición establece que la empresa use el capital hasta que su productividad marginal neta iguale al tipo de interés, y la segunda, que la empresa gaste en reducción de contaminación hasta que su productividad marginal sea igual que su coste de oportunidad.

El mercado está en equilibrio cuando el valor de *P* que maximiza los beneficios coincide con el valor que la empresa considera viene determinado exógenamente, *P*~, de manera que el comportamiento actual y previsto de esta variable es el mismo. Si fijamos esta condición, *P* = *P*~, las condiciones anteriores se convierten en

$$A(1-\tilde{\beta})\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} = r, \tag{11}$$

$$A\tilde{\beta}\left(\frac{K}{Z}\right)^{1-\beta} = 1. \tag{12}$$

Ahora, teniendo en cuenta la regla de Keynes-Ramsey, de (11) obtenemos

$$A(1-\tilde{\beta})\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} = \rho + \sigma g_M,$$

que puede escribirse como

$$g_{M1} = \frac{1}{\sigma}\left[A(1-\tilde{\beta})\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} - \rho\right]. \tag{13}$$

Además, la restricción dinámica de stock de capital puede expresarse como

$$g_{M2} = A\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} - \frac{C}{K} - \frac{Z}{K}, \tag{14}$$

y si fijamos $g_{M1} = g_{M2}$, el curso de equilibrio de mercado viene determinado por las condiciones (12), (13) y (14). Para ser más específicos, (12) define el nivel de calidad medioambiental, (13) la tasa de crecimiento equilibrado, y (14) el ratio consumo-capital. Por lo tanto, para una solución descentralizada, el nivel de calidad medioambiental se puede obtener de forma explicita,

$$(Z/K)_M = (A\tilde{\beta})^{\frac{1}{1-\beta}},$$

y de ahí los valores de la tasa de crecimiento y el ratio consumo-capital. La siguiente proposición resume estos resultados.

Proposición 4 *Si A es lo suficientemente grande, existe un único curso de equilibrio definido por (12), (13) y (14).*

Si continuamos con la comparación entre los dos cursos de equilibrio, obtenemos que la comparación entre los distintos niveles de calidad medioambiental es inmediata. Obsérvese que el nivel de

[9] Este método fue empleado por Lucas (1998) para analizar los efectos externos del capital humano sobre la tecnología de la economía. Aquí adoptamos este método para representar los efectos de la contaminación.

eficiencia es mayor que el nivel $(Z/K)^*_1$ definido en el Apéndice B (ver figura 1), y que esta expresión es mayor que el nivel de contaminación asociado con el curso de equilibrio, de modo que obtenemos

$$\left(\frac{Z}{K}\right)_M < \left(\frac{Z}{K}\right)_1^* < \left(\frac{Z}{K}\right)_E .$$

Esta diferencia se explica por los *efectos externos* de la contaminación. Dado que la contaminación es un mal público, cuando las empresas deciden reducir la contaminación, no tienen en cuenta los efectos externos *positivos* de sus decisiones sobre el bienestar del consumidor y la productividad de otras empresas. Por lo tanto, los efectos positivos de las reducciones son *subvalorados* en la solución descentralizada, con el resultado de que los recursos dedicados a la reducción de la contaminación son menores en comparación a la distribución eficiente de Pareto. Además, cuando las empresas deciden invertir, no tienen en cuenta los efectos externos *negativos* de sus decisiones, así que los efectos negativos del capital son *subvalorados* en la solución descentralizada, y las empresas siempre mantienen su *stock* de capital por encima del nivel de eficiencia. Esto explica por qué el nivel de contaminación es más alto en el curso de equilibrio.

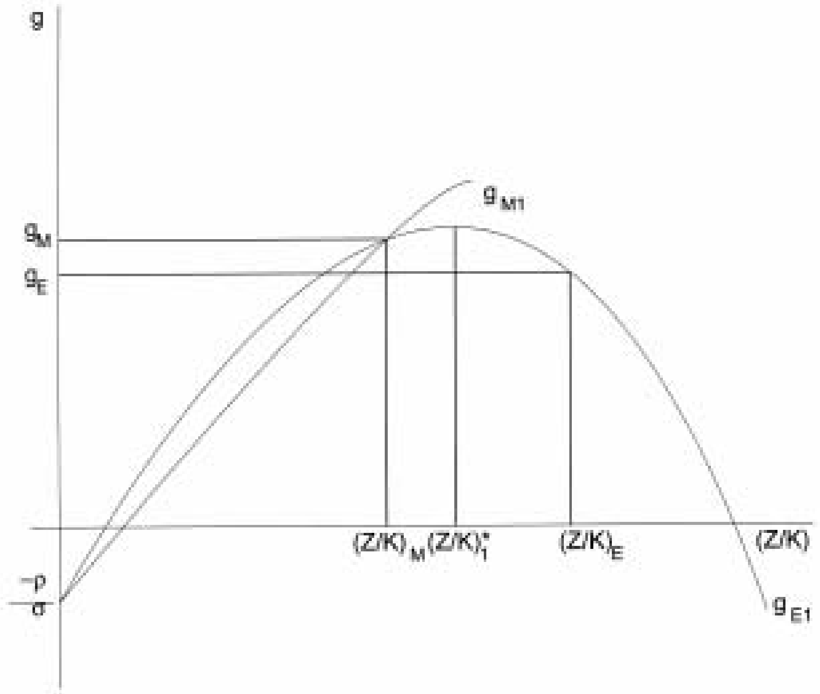
Para comparar las tasas de crecimiento de las dos soluciones, vamos a determinar las posiciones relativas de las funciones $g_1(Z/K)$, expresadas mediante (9) y (13). Para clarificar nuestra notación, representamos la función correspondiente a la solución eficiente mediante g_{E1}, y la de la solución de mercado mediante g_{M1}. Si restamos una función de la otra, obtenemos

$$g_{E1} - g_{M1} = -\frac{1}{\sigma}\left[\frac{Z}{K}\left(1 - A\tilde{\beta}\left(\frac{K}{Z}\right)^{1-\beta}\right)\right].$$

Esta diferencia es cero para $Z/K = 0$ y $(Z/K)_M$, ya que para el nivel de contaminación correspondiente al curso de equilibrio se satisface la condición (12), y por lo tanto la diferencia es positiva para valores de Z/K menores que $(Z/K)_M$, y negativa para valores mayores que $(Z/K)_M$. Dadas estas relaciones, obtenemos la siguiente representación gráfica

En el gráfico, la tasa de crecimiento equilibrado es más alta que la tasa de crecimiento eficiente. Sin embargo, no podemos descartar, por lo menos teóricamente, una relación diferente entre estas dos tasas de crecimiento, porque los resultados sólo establecen que el punto de intersección de las dos funciones tiene que ocurrir en la parte creciente de la función g_{E1}, lo cual no excluye que la tasa de crecimiento equilibrado sea menor que la tasa eficiente. Esto dependerá de la magnitud de los efectos externos sobre la producción. En el modelo, la magnitud de los efectos externos sobre la producción viene determinada por $\tilde{\beta}$. Si el valor de este parámetro es cercano a β, la magnitud de los efectos externos sobre producción es baja y el cociente Z/K del curso de equilibrio no está lejos de $(Z/K)^*_1$, de modo que podemos prever que la tasa de crecimiento de mercado es más alta que el nivel eficiente. Sin embargo, si los efectos externos son importantes, $\tilde{\beta}$ está cerca de cero, y por lo tanto el cociente

FIGURA 2



Z/K y la tasa de crecimiento son menores que los valores eficientes. Así, la comparación entre las dos soluciones proporciona el siguiente resultado:

Proposición 5 *La calidad medioambiental de mercado es menor que la calidad medioambiental eficiente, mientras que la tasa de crecimiento de mercado puede ser mayor o menor que la tasa de crecimiento eficiente, dependiendo de la magnitud de los efectos externos sobre la producción.*

4. **POLÍTICAS MEDIOAMBIENTALES**

El análisis anterior de los cursos de eficiencia y equilibrio nos permite examinar el diseño de la política medioambiental que permitiría a la economía alcanzar al curso eficiente en condiciones de equilibrio de mercado. Por lo tanto, en esta sección consideramos el modo de replicar la distribución intertemporal eficiente mediante diferentes políticas medioambientales.

4.1. **Estándares medioambientales**

Vamos a empezar considerando el uso de los estándares medioambientales. La agencia regulatoria puede establecer los estándares para la contaminación, de modo que para un estándar $\bar{P}$ menor que el nivel de contaminación en el equilibrio de mercado, los beneficios de la empresa pueden expresarse como

$$\pi = A\bar{P}^{-\beta}K - rK - K\bar{P}^{-1},$$

ya que $\bar{P} = K/Z$. La condición de primer orden para la maximización de los beneficios viene dada por $r = A`P^{-\beta} - `P^{-1}$. Entonces, teniendo en cuenta la regla de Keynes-Ramsey, obtenemos que la tasa de crecimiento equilibrado de la economía es una función del estándar establecido por la agencia regulatoria

$$g_M = \frac{1}{\sigma}(A\bar{P}^{-\beta} - \bar{P}^{-1} - \rho) =$$

$$\frac{1}{\sigma}\left[A\left(\frac{\bar{Z}}{K}\right)^{\beta} - \left(\frac{\bar{Z}}{K}\right) - \rho\right], \qquad (15),$$

y el valor óptimo $\bar{P}^*$ es $P_E = (Z/K)_E$, ya que para este valor, (9) es igual a (15) y de ahí que $g_M = g_E$. Es decir, para el valor óptimo del principal instrumento de la política medioambiental, la tasa de crecimiento del equilibrio de mercado es igual a la tasa de crecimiento de la distribución eficiente. Además, este valor óptimo garantiza que la solución descentralizada reproduzca con exactitud la distribución eficiente. Utilizando $\bar{P}^*$ tenemos que el valor inicial para la reducción es $Z_{M0} = \bar{P}^* K_0 = Z_{E0}$. Entonces

$$C_{M0} = A(\bar{P}^*)^{-\beta}K_0 - g_M K_0 - Z_{M0},$$

lo que para $Z_{M0} = Z_{E0}$ y $g_M = g_E$ nos da $C_{M0} = C_{E0}$, y por lo tanto el nivel y la tasa de crecimiento de las variables en el equilibrio de mercado son los mismos que en la distribución eficiente.

La función (15) tiene las mismas propiedades que la función g_{E1} representada en la Figura 2, es decir, la función tiene una maximización única asociada con una tasa de crecimiento positiva y dentro de los valores críticos para los cuales $g_M(\bar{P}) = 0$. La relación entre $\bar{P} = (Z/K)$ y g_M es positiva si $\bar{P}$ es menor que el máximo, y negativa cuando $\bar{P}$ es mayor. Por lo tanto, si el gobierno establece la normativa medioambiental de manera subóptima, debido a que los que tienen que diseñar la política medioambiental carecen de información suficiente sobre los beneficios que provienen de la reducción en contaminación y/o por restricciones políticas o presupuestarias, establecer normativas un *poco* más rigurosas, empezando desde el nivel de contaminación correspondiente al equilibrio de mercado, beneficia no solamente la calidad medioambiental sino también la tasa de crecimiento. Nótese que el nivel de contaminación en el equilibrio de mercado se encuentra en la sección creciente de la función (15), de modo que un pequeño incremento en $\bar{P}$ tiene un efecto *positivo* sobre la tasa de crecimiento. De hecho, podemos definir un intervalo de valores para $\bar{P}$,

$$(\bar{P}_M = (Z/K)_M, \bar{P}_1^* = (Z/K)_1^*),$$

tales que cualquier incremento en la rigurosidad de la política medioambiental dentro de este intervalo tiene un efecto positivo sobre la tasa de crecimiento.[10] (Ver figura 2). Para estos valores, el

[10] Recordar que la calidad medioambiental es una función del cociente Z/K.

incremento de la producción debido a una mejoría en la calidad medioambiental es mayor que el incremento en recursos necesarios para reducir las emisiones y estabilizar la calidad medioambiental, de modo que una política más restrictiva tiene efectos positivos tanto sobre la calidad medioambiental como sobre la tasa de crecimiento. Sin embargo, una vez llegado al limite superior del intervalo, la política medioambiental no tiene margen para fomentar el crecimiento. La siguiente proposición resume estos resultados.

Proposición 6 *Empezando desde el nivel de contaminación que corresponde al equilibrio de mercado, un pequeño aumento en el estándar medioambiental exigido tiene un efecto positivo, tanto sobre la calidad medioambiental como sobre el crecimiento económico.*

4.2. **Un impuesto sobre la contaminación o ecotasa**

Consideremos ahora un impuesto pigouviano sobre la contaminación (o ecotasa): τ_P. En este caso, los beneficios de la empresa vienen expresados como

$$\pi = A\left(\frac{K}{Z}\right)^{-\tilde{\beta}} \tilde{P}^{-(\beta-\tilde{\beta})}K - Z - rK - \tau_P\frac{K}{Z} + \bar{S},$$

donde $P = K/Z$ y $\bar{S}$ es una subvención global, determinada exógenamente por el gobierno, equivalente a las cantidades recibidas por la ecotasa. En este escenario fiscal para empresas, las condiciones de primer orden para la maximización de los beneficios (11) y (12) pueden escribirse como

$$A(1-\tilde{\beta})\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} = r + \frac{\tau_P}{Z}, \qquad (16)$$

$$A\tilde{\beta}\left(\frac{K}{Z}\right)^{1-\beta} + \frac{\tau_P P}{Z} = 1. \qquad (17)$$

Entonces, utilizando (7) y (17), obtenemos que el valor óptimo de la ecotasa es

$$\frac{\tau_P^* P_E}{Z_E} = A(\beta-\tilde{\beta})\left(\frac{K}{Z}\right)_E^{1-\beta} + \alpha\left(\frac{C}{Z}\right)_E, \qquad (18)$$

donde E representa valores eficientes. Esta expresión establece que la ecotasa captura los efectos externos sobre producción, definido por el primer término de la derecha, y los efectos externos sobre utilidad, definido por el segundo término de la derecha. Recordamos que β - $\tilde{\beta}$ representa la magnitud de los efectos externos sobre la producción. Además, como $(K/Z)_E$ y $(C/Z)_E$ son constantes, el lado izquierdo de (18) también tiene que ser constante, y eso implica que el impuesto óptimo tiene que incrementar al ritmo de la tasa de crecimiento eficiente, dado que el nivel de contaminación eficiente es constante. Esto significa la necesidad de implantar un impuesto creciente para alcanzar el curso eficiente como un equilibrio de mercado. Igualmente, es fácil demostrar que sustituyendo (18) en (16), después de eliminar el tipo de interés usando la regla de Keynes-Ramsey, obtenemos la condición eficiente (8).

A continuación, mostramos que el impuesto óptimo no solamente asegura que la tasa de crecimiento y el nivel de contaminación correspondientes al curso de equilibrio son socialmente óptimos, sino que la solución descentralizada reproduce con exactitud la distribución eficiente. Usando P_E, tenemos que el valor inicial de reducción de contaminación es $Z_{M0} = P_E K_0 = Z_{E0}$. Además, como t_P $P_E = \bar{S}$, obtenemos que

$$C_{M0} = AP_E^{-\beta}K_0 - g_M K_0 - Z_{M0},$$

lo que para $Z_{M0} = Z_{E0}$ y $g_M = g_E$ nos da $C_{M0} = C_{E0}$, y por lo tanto los valores iniciales del consumo, inversión y reducción de contaminación son iguales para las dos soluciones. En tal caso, como la tasa de crecimiento también es la misma, obtenemos que los niveles y las tasas de crecimiento de las variables son iguales, y el curso de equilibrio coincide con el curso eficiente. El resultado puede expresarse así

Proposición 7 *El curso eficiente puede ser replicado a través de una ecotasa como la definida por (18). La tasa de crecimiento de este impuesto tiene que igualar la tasa de crecimiento equilibrado de la economía.*

4.3. **Una política autofinanciable**

Un impuesto pigouviano tiene la dificultad de que hay que usar un subsidio a tanto alzado si queremos reproducir el curso de eficiencia. En esta subsección, demostramos que existe una mezcla de impuesto-subvención que nos permite recuperar la distribución eficiente sin tener que emplear subvenciones a tanto alzado. Vamos a considerar el siguiente escenario fiscal en las empresas: un impuesto proporcional sobre la producción (τ_Y) combinado con una subvención proporcional sobre la reducción de contaminación (τ_Z). En tal caso, los beneficios de las empresas se representan como

$$\pi = (1-\tau_Y)A\left(\frac{K}{Z}\right)^{-\tilde{\beta}}\tilde{P}^{-(\beta-\tilde{\beta})}K -$$

$$(1-\tau_Z)Z - rK - \bar{T},$$

donde $\bar{T}$ es una subvención o impuesto a tanto alzado, determinado exógenamente por el gobierno, igual al equilibrio presupuestario consecuencia del escenario fiscal que acabamos de definir:` $\bar{T} = \tau_Y Y - \tau_A Z$. Las condiciones de primer orden para la maximización de beneficios (11) y (12) pueden expresarse como

$$(1-\tau_Y)A(1-\tilde{\beta})\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} = r, \tag{19}$$

$$(1-\tau_Y)A\tilde{\beta}\left(\frac{K}{Z}\right)^{1-\beta} + \tau_Z = 1, \tag{20}$$

Entonces, teniendo en cuenta la regla de Keynes-Ramsey y utilizando la condición de eficiencia (8), de (19) obtenemos que

$$(1-\tau_Y)A(1-\tilde{\beta})\left(\frac{Z}{K}\right)_E^{\beta} =$$

$$A(1-\beta)\left(\frac{Z}{K}\right)_E^{\beta} - \alpha\left(\frac{C}{K}\right)_E.$$

Reordenando los términos, obtenemos

$$(\beta-\tilde{\beta})A\left(\frac{Z}{K}\right)_E^{\beta} + \alpha\left(\frac{C}{K}\right)_E =$$

$$\tau_Y A(1-\tilde{\beta})\left(\frac{Z}{K}\right)_E^{\beta}.$$

Por último, multiplicando por K y teniendo en cuenta que $Y = AZ^{\beta}K^{1-\beta}$, obtenemos el valor óptimo del impuesto, que se escribe como

$$\tau_Y^* = \frac{\alpha}{1-\tilde{\beta}}\left(\frac{C}{Y}\right)_E + \frac{\beta-\tilde{\beta}}{1-\tilde{\beta}}, \qquad (21)$$

lo cual se puede utilizar en (20) para calcular el valor óptimo de la tasa de subvención:

$$\tau_Z^* = \frac{\alpha}{1-\tilde{\beta}}\left(\frac{C}{Z}\right)_E + \frac{\beta-\tilde{\beta}}{1-\tilde{\beta}}\left(\frac{Y}{Z}\right)_E. \qquad (22)$$

Estas expresiones nos dicen que las tasas, tanto del impuesto como de la subvención, son *constantes* ya que $(C/Y)_E$, $(Z/Y)_E$ y $(C/Z)_E$ son constantes para el curso de crecimiento equilibrado. Además, es fácil demostrar que los valores óptimos para las tasas de los impuestos y las subvenciones no solamente aseguran que la tasa de crecimiento correspondiente al curso de equilibrio es socialmente óptima, sino que la solución descentralizada reproduce con exactitud la distribución eficiente.

Para poder evaluar el equilibrio presupuestario resultado de esta política, sustituimos τ_Y^* y τ_Z^* en $T = \tau_Y^* Y_E - \tau_A^* Z_E$. Es obvio a partir de (21) y (22) que $T = 0$, lo cual establece que la política medioambiental propuesta es autofinanciable, y no es necesario utilizar ningún impuesto o subvención a tanto alzado. La última proposición resume este resultado.

Proposición 8 *El curso eficiente puede ser reproducido mediante una tasa constante sobre la producción combinada con una tasa constante de subvención sobre la reducción de contaminación, como los definidos en (21) y (22). Esta política medioambiental es autofinanciable.*

5. CONCLUSIONES

En este artículo hemos desarrollado un modelo de crecimiento endógeno *a la Rebelo*, en el cual la calidad medioambiental, que depende positivamente de las reducciones de contaminación y negativamente del stock de capital, tiene efectos positivos sobre la utilidad de los consumidores y la productividad de capital. Hemos estudiado el diseño y las características de las diferentes políticas medioambientales dentro del marco de este modelo.

Hemos demostrado que un crecimiento fuerte, equilibrado y sostenible no es viable cuando el medio ambiente afecta a la productividad. Además, nuestros resultados establecen que, a largo plazo, una mayor preocupación de los individuos por el medio ambiente reduce la tasa de crecimiento. La explicación reside en que para valores óptimos, el efecto marginal de la calidad medioambiental sobre la productividad del capital es menor que el efecto marginal de la calidad medioambiental sobre el coste de oportunidad del capital. Por lo tanto, un incremento en la calidad medioambiental tiene un efecto negativo sobre la tasa de crecimiento, ya que el coste marginal del capital crece más rápido que su productividad marginal.

Asimismo, hemos demostrado que el nivel de calidad medioambiental asociado con el curso de equilibrio de mercado es menor que el nivel eficiente, mientras que la tasa de crecimiento puede ser mayor o menor dependiendo del alcance de los efectos medioambientales externos sobre la producción. En cuanto a las políticas medioambientales, hallamos que si se proponen pequeñas reducciones en los niveles de emisiones a partir del nivel correspondiente al equilibrio de mercado, entonces la tasa de crecimiento crece junto con la calidad medioambiental, independientemente de si la tasa de crecimiento del mercado es mayor o menor que la tasa de crecimiento eficiente. Sin embargo, llegado a un determinado nivel de calidad medioambiental, cualquier incremento de rigurosidad tiene un efecto negativo sobre el crecimiento económico. Por último, también demostramos que una política que fiscaliza la producción y subvenciona la contaminación es neutral, puesto que no afecta al equilibrio presupuestario del gobierno, ya que los impuestos cobrados igualan a los gastos. Por esa razón se pueden implantar estas políticas sin tener que recurrir a impuestos / subvenciones a tanto alzado.

Para concluir, queremos subrayar que hay al menos dos líneas de investigación futuras con respecto a estos temas. En primer lugar, se podría considerar una tecnología de reducción de contaminación para obtener dinámicas transicionales y estudiar si existe una relación en forma de U invertida entre la renta per capita y contaminación. En segundo lugar, podría utilizarse un modelo de crecimiento con capital humano para completar el análisis de la relación entre crecimiento y conservación medioambiental, ya que este tipo de modelos permiten estudiar explícitamente los efectos de la calidad medioambiental sobre la productividad y el aprendizaje de la mano de obra.

A. **DEMOSTRACIÓN DE LA PROPOSICIÓN 2**

Para $g_1 = g_2$, el sistema definido por (9) y (10) implícitamente determina la tasa de crecimiento y el nivel de crecimiento correspondiente al curso eficiente. La solución para el cociente Z/K, que determina el nivel de la contaminación, viene expresada por

$$(\alpha-(\alpha+\beta)\sigma)A\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta}-$$

$$(1+\alpha)\sigma)\left(\frac{Z}{K}\right)-\alpha\rho=0. \qquad (23)$$

Es fácil demostrar que si se satisface la condición de segundo orden para la maximización del hamiltoniano asociado al problema del planificador social, es decir, si $\sigma > \alpha/(1+\alpha)$, esta ecuación tiene una solución positiva y única cualquiera que sea el valor del parámetro de productividad, A. Entones, dado que $(Z/K)_E$, donde E representa la distribución intertemporal eficiente de Pareto, un valor suficientemente alto para A garantiza que la tasa de crecimiento equilibrado sostenible sea positiva. Nótese que para un determinado valor de Z/K, las funciones (9) y (10) incrementan con respecto a A. Así que lo que ocurre cuando cambia el parámetro de productividad es que las dos curvas se mueven simultáneamente. Es fácil probar que cuando el parámetro aumenta, las dos curvas y el punto de intersección se mueven hacia arriba y a la izquierda si $\alpha/(1+\alpha) < \sigma < \alpha/(\alpha+\beta)$, o hacia arriba y a la derecha $\alpha/(\alpha+\beta) < \sigma$ .Cuando el parámetro disminuye, se mueven hacía abajo y a la derecha si $\alpha /(1+\alpha) < \sigma < \alpha/(\alpha+\beta)$, o hacía abajo y a la izquierda si $\alpha/(\alpha+\beta) < \sigma$. Pero en cualquier caso sus posiciones relativas no cambian y por esa razón, cuando el parámetro de productividad es lo suficientemente alto, tenemos que esperar un valor positivo para la tasa de crecimiento.

B. LA RELACIÓN ENTRE *G1(Z/K)* Y *G2(Z/K)*

Las dos funciones son cóncavas porque β es menor que uno; $g_1(Z/K)$ presenta un máximo en $(Z/K)_1^* = (A\beta)^{\frac{1}{1-\beta}}$ y $g_2(Z/K)$ presenta un máximo en $(Z/K)_2^* = (A\beta(\alpha+\beta)/(1+\alpha))^{\frac{1}{1-\beta}}$, lo cual, teniendo en cuenta que $\beta<1$, nos da $(Z/K)^*_1>(Z/K)^*_2$. Además, podemos establecer que $g'_1(Z/K)$ es negativo en el punto de intersección. La derivada de esta función es

$$g_1'\left(\frac{Z}{K}\right) = \frac{1}{\sigma}\left[A\beta\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta-1} - 1\right],$$

lo cual es negativo si se cumple la condición (7). Nótese que la condición (7) requiere que $A^{\beta}(Z/K)^{1-\beta}<1$, lo cual implica que $g¢_1(Z/K)$ tiene que ser negativo para el valor óptimo de Z/K.

Asimismo, podemos concluir que $g'_2(Z/K)< g'_1(Z/K)$ para $(Z/K)_E$. Supongamos que $g'_1(Z/K)£\ g'_2(Z/K)$, entonces, tomando derivadas en (9) y (10) y reordenando términos obtenemos,

$$(\alpha-(\alpha+\beta)\sigma)A\beta\left(\frac{Z}{K}\right)_E^{\beta-1} \leq \alpha-(1+\alpha)\sigma,$$

o

$$((\alpha+\beta)\sigma-\alpha)A\beta\left(\frac{Z}{K}\right)_E^{\beta-1} \geq (1+\alpha)\sigma-\alpha, \quad (24)$$

si multiplicamos por –1, donde $(1+\alpha)\sigma-\alpha$ es positivo debido a la condición de segundo orden para la maximización del hamiltoniano.

Por otro lado podemos escribir (23) como

$$\left(\frac{Z}{K}\right)_E\left[(\alpha-(\alpha+\beta)\sigma)A\left(\frac{Z}{K}\right)_E^{\beta-1}\right.$$

$$\left. -(\alpha-(1+\alpha)\sigma)\right] = \alpha\rho > 0,$$

que implica

$$(\alpha-(\alpha+\beta)\sigma)A\left(\frac{Z}{K}\right)_E^{\beta-1} > (\alpha-(1+\alpha)\sigma),$$

o multiplica por –1

$$((\alpha+\beta)\sigma-\alpha)A\left(\frac{Z}{K}\right)_E^{\beta-1} < (1+\alpha)\sigma-\alpha.$$

Entonces dado que $\beta<1$, obtenemos que

$$((\alpha+\beta)\sigma-\alpha)A\beta\left(\frac{Z}{K}\right)_E^{\beta-1} <$$

$$(1+\alpha)\sigma-\alpha. \quad (25)$$

Pero esta desigualdad puntualiza una contradicción con (24) y tenemos que concluir que $g'_2(Z/K)< g'_1(Z/K)$ para $(Z/K)_E$, lo que implica también que $g'_2[(Z/K)_E]<0$.

C. **DINÁMICAS TRANSICIONALES**

Para desarrollar el análisis de estabilidad, podemos rescribir la función (9) como

$$\sigma g_C + \varepsilon(g_Z - g_K) = A\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} - \frac{Z}{K} - \rho, \quad (26)$$

donde e es la elasticidad cruzada de la utilidad marginal del consumo con respecto a la contaminación, $U_{CP}P/U_C$. Ahora, obtenemos el lado izquierdo de (26) diferenciando la utilidad marginal del consumo, suponiendo que el nivel de contaminación puede cambiar durante la transición a un estado estacionario.

Por el otro lado, tenemos que (5) se puede rescribir como

$$\frac{C}{K} = \frac{Z}{\alpha K} - \frac{A\beta}{\alpha}\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta},$$

lo cual al diferenciarlo con respecto al tiempo, nos da

$$(g_C - g_K)\left(\frac{Z}{\alpha K} - \frac{A\beta}{\alpha}\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta}\right) =$$

$$(g_Z - g_K)\left(\frac{Z}{\alpha K} - \frac{A\beta^2}{\alpha}\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta}\right). \quad (27)$$

Ahora, restando sg_K de ambos lados del (26) y sustituyendo g_K en el lado derecho por (10) nos da

$$\sigma(g_C - g_K) + \varepsilon(g_Z - g_K) =$$

$$\frac{A(\alpha - (\alpha+\beta)\sigma)}{\alpha}\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} -$$

$$\frac{\alpha - (1+\alpha)\sigma}{\alpha}\frac{Z}{K} - \rho,$$

donde g_C -g_K puede ser eliminado usando (27) para obtener una ecuación diferencial en la única variable Z/K

$$(g_Z - g_K)\left[\sigma\left(\frac{Z}{\alpha K} - \frac{A\beta^2}{\alpha}\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta}\right) +\right.$$

$$\left.\varepsilon\left(\frac{Z}{\alpha K} - \frac{A\beta}{\alpha}\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta}\right)\right]$$

$$= \left[\frac{A(\alpha - (\alpha+\beta)\sigma)}{\alpha}\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} -\right.$$

$$\left.\frac{\alpha - (1+\alpha)\sigma}{\alpha}\frac{Z}{K} - \rho\right]\left(\frac{Z}{\alpha K} - \frac{A\beta}{\alpha}\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta}\right).$$

A partir de esta ecuación diferencial obtenemos la ecuación (23), que define el valor del estado estacionario para Z/K, haciendo que $g_Z - g_K$ sea igual a cero. Nótese que el segundo término del lado derecho es positivo si buscamos una solución con un cociente C/K positivo.

Teniendo en cuenta que $\varepsilon = -\alpha(1-\sigma)$ para la función de utilidad que hemos introducido en la sección 3.1, esta ecuación diferencial se puede rescribir como

$$(g_Z - g_K)\left[\beta\frac{A(\alpha - (\alpha+\beta)\sigma)}{\alpha}\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} -\right.$$

$$\left.\frac{\alpha - (1+\alpha)\sigma}{\alpha}\frac{Z}{K}\right]$$

$$= \left[\frac{A(\alpha - (\alpha+\beta)\sigma)}{\alpha}\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} -\right.$$

$$\left.\frac{\alpha - (1+\alpha)\sigma}{\alpha}\frac{Z}{K} - \rho\right]\left(\frac{Z}{\alpha K} - \frac{A\beta}{\alpha}\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta}\right).$$

Entonces, si evaluamos el signo de la derivada $d(g_Z - g_K)/d(Z/K)$ para el valor de estado estacionario, obtenemos que depende del signo de la siguiente expresión *(∂N/∂(Z/K))OM* donde

$$M = \beta\frac{A(\alpha-(\alpha+\beta)\sigma)}{\alpha}\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} -$$

$$\frac{\alpha-(1+\alpha)\sigma}{\alpha}\frac{Z}{K},$$

$$N = \frac{A(\alpha-(\alpha+\beta)\sigma)}{\alpha}\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} -$$

$$\frac{\alpha-(1+\alpha)\sigma}{\alpha}\frac{Z}{K} - \rho,$$

$$= \frac{Z}{\alpha K} - \frac{A\beta}{\alpha}\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta} = \frac{C}{K} > 0.$$

De (25) es fácil concluir que

$$\frac{\partial N}{\partial(Z/K)} = \beta\frac{A(\alpha-(\alpha+\beta)\sigma)}{\alpha}\left(\frac{Z}{K}\right)^{\beta-1} -$$

$$\frac{\alpha-(1+\alpha)\sigma}{\alpha} > 0,$$

y que *M* también es positivo para *Z/K* mientras que *M/(Z/K) = (∂N/∂(Z/K))*. Esto establece que $d(g_Z - g_K)/d(Z/K)$ es *positivo* y que el estado estacionario definido por $g_Z - g_K = 0$ es inestable.

D. LOS EFECTOS DE LAS PREFERENCIAS MÁS ECOLÓGICAS

Utilizaremos la expresión (23) para estudiar el efecto sobre $(Z/K)_E$. Diferenciando el lado izquierdo de la ecuación (23), obtenemos

$$\left[(1+\alpha)\sigma - \alpha - ((\alpha+\beta)\sigma-\alpha)\,A\beta\left(\frac{Z}{K}\right)_E^{\beta-1}\right]$$

$$d\left(\frac{Z}{K}\right)_E$$

$$\left[\rho + (1-\sigma)\left(\frac{Z}{K}\right)_E - (1-\sigma)A\left(\frac{Z}{K}\right)_E^{\beta}\right] d\alpha.$$

El signo del paréntesis del lado izquierdo es *positivo*, dado (25). Para saber el signo del paréntesis del lado derecho, volvemos a usar (23), que rescribimos como

$$\rho + (1-\sigma)\left(\frac{Z}{K}\right)_E - (1-\sigma)A\left(\frac{Z}{K}\right)_E^{\beta}$$

$$= \frac{\sigma}{\alpha}\left(\frac{Z}{K}\right)_E\left[1 - A\beta\left(\frac{Z}{K}\right)_E^{\beta-1}\right],$$

donde el signo del paréntesis de lado derecho es positivo siempre y cuando la condición (7) se cumpla para la solución óptima.[11] El resultado es que la derivada parcial de $(Z/K)_E$ con respecto de *a* es positiva.

[11] En el Apéndice B, hemos visto que esta $A\beta(Z/K)_E^{\beta-1} < 1$.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARRO, R.J. y SALA-I- MARTÍN, X. (1995), *Economic Growth,* New York: McGraw-Hill.

CHEVÉ, M. (2000), "Irreversibility of pollution accumulation. New implications for sustainable endogenous growth", *Environmental and Resource Economics* 16:93-104.

GRADUS, R. y SMULDERS, S.A. (1993), "The trade-off between environmental care and long-term growth: Pollution in three prototype growth models", *Journal of Economics* 58:25-51.

HUANG, C-H. y CAI, D. (1994), "Constant-returns endogenous growth with pollution control", *Environmental and Resource Economics* 4:383-400.

KING, R. PLOSSER, C. y REBELO, S. (1988), "Production, growth and business cycles I: The basic neoclassical model", *Journal of Monetary Economics* 21:195-232.

LIGTHART, J.E. y VAN DER PLOEG, F. (1994), "Pollution, the cost of public funds and endogenous growth", *Economic Letters* 46:351-61.

LUCAS, R.E. (1988), "On the mechanics of economic development", *Journal of Monetary Economics* 22:3-42.

MICHEL, P. y ROTILLON, G. (1995), "Disutility of pollution and endogenous growth", *Environmental and Resource Economics* 6:279-300.

MOHTADI, H. (1996), "Environment, growth, and optimal policy design", *Journal of Public Economics* 63:119-40.

SMULDERS, S. (1999), "Endogenous growth theory and the environment" en Jeroen C.J.M. van der Bergh (ed.), *Handbook of Environmental and Resource Economics,* Cheltenham: Edward Elgar, Capítulo 42.

REBELO, S. (1991), "Long run policy analysis and long run growth", *Journal of Political Economy* 99:500-21.

REIS, A.B. (2001), "Endogenous growth and the possibility of eliminating pollution", *Journal of Environmental Economics and Management* www.idealibrary.com en IDEALFirst.

SMULDERS, S. y GRADUS, R. (1996), "Pollution abatement and long-term growth", *European Journal of Political Economy* 12:505-32.

STOKEY, N.L. (1998), "Are there limits to growth?", *International Economic Review* 39: 1-31.

TAHVONEN, O. y SALO, S. (1996), "Nonconvexities in optimal pollution accumulation", *Journal of Environmental Economics and Management* 31:160-77.