TÉCNICAS DE DESCOMPOSICIÓN ESTRUCTURAL: SENTIDO Y SENSIBILIDAD (*)(**)

Erik Dietzenbacher
Bart Los
Universidad de Groningen

Las técnicas de descomposición estructural se emplean frecuentemente para descomponer el crecimiento de una variable en sus diferentes determinantes. En este artículo, se discuten los problemas causados por la existencia de varias formas de descomposición equivalentes empleadas para medir la contribución de uno de los determinantes. Pese a que es de sobra conocido que las formas de descomposición estructural no constituyen una única solución, no se ha prestado la atención suficiente tanto a la dimensión de este problema como a sus consecuencias. En un análisis empírico para Holanda entre 1986 y 1992 se calculan 24 descomposiciones equivalentes. Los resultados muestran un elevado grado de variabilidad entre todas ellas. Por otra parte, también se estudian los dos enfoques que se han propuesto tradicionalmente en la literatura. Mientras que la media de las llamadas formas de descomposición polar obtiene resultados cercanos a la media del total de las 24 descomposiciones, la descomposición aproximada con ponderaciones medidas en periodos intermedios es casi exacta. Aunque esta última alternativa podría parecer una solución al problema de la gran sensibilidad en los resultados, en realidad solamente oculta el problema.

Palabras clave: técnicas de descomposición, marco input-output, análisis de sensibilidad

---

(*) Este artículo se publicó originalmente en inglés en la revista *Economic Systems Research*, vol. 10, nº 4, 1998, pp. 307-323. *RAE Revista Asturiana de Economía* agradece al editor de esta publicación, Erik Dietzenbacher, su autorización para su publicación en español. La traducción ha sido realizada por Esteban Fernández Vázquez.

(**) Nota del editor: con afán simplificador, se ha modificado levemente la notación respecto al original. Así, en las ecuaciones siguientes se prescindirá de los paréntesis en los términos de incremento. Por ejemplo, $(\Delta x)y$ es equivalente a Δxy. Por otro lado, las referencias al periodo temporal de un término irán entre paréntesis como x(0), para denotar el factor x medido en el periodo inicial 0.

1. Introducción

Las técnicas de descomposición se han convertido en una importante herramienta para desentrañar las fuentes del crecimiento temporal de algunas variables, separando las variaciones en dicha variable en sus partes constituyentes (véase Rose y Casler, 1996, para una revisión detallada de la literatura). Dentro del marco input-output (IO), el análisis de cambios en la estructura productiva goza de una larga tradición, remontándose ya a los trabajos de Leontief (1953) (véanse, por ejemplo, Chenery *et al.*, 1962; Bacará y Sumon, 1968; Carter, 1970; Leontief y Ford, 1972; Stäglin y Wessels, 1972). Durante la década de los ochenta, este tipo de análisis experimentó de nuevo un auge considerable, con las contribuciones seminales de Wolf (1985), Feldman *et al.*, (1987) y Skolka (1989). El análisis de descomposición estructural se define como "un método de identificar las principales transformaciones en una economía mediante cambios de estática comparativa en grupos clave de parámetros" (Skolka, 1989, p. 46)[1].

El uso de las técnicas de descomposición estructural posibilita la cuantificación de las fuentes de cambio subyacentes para un amplio rango de variables: por ejemplo niveles de producción (Fujimagari, 1989), valor añadido (Oosterhaven *et al.*, 1995), uso energético (Lin y Polenske, 1995), necesidades de empleo (Forssell, 1990), volumen de importaciones (Kanemitsu y Ohnishi, 1989), producción del sector servicios (Barker, 1990) o necesidades totales de inputs (Afrasiabi y Casler, 1991), todos ellos a nivel sectorial.

La metodología del análisis de descomposición estructural presenta similitudes con la de la medición del crecimiento económico, donde el objetivo consiste en descomponer la tasa de crecimiento de la producción agregada entre las contribuciones del crecimiento en los factores productivos y de la tecnología (véanse, por ejemplo, Solow, 1975; Kendrick, 1961; Denison, 1974, 1985). Algunos trabajos que combinan elementos del marco IO con el análisis del crecimiento económico han sido los de Wolf (1985, 1994), Galatin (1988), Fontela (1989) y Wolf y Howell (1989), quienes descomponen cambios en la productividad de los factores[2]. Otros campos en los que también se emplean técnicas similares, y en los cuales se podrían aplicar también nuestros resultados, incluyen los estudios demográficos y el análisis Shift-share (véase, por ejemplo, Oosterhaven, 1981).

Para esbozar el típico resultado de un estudio de descomposición empírico, considérese el siguiente caso. Supóngase que el cambio en la

(1) Ésta es una adaptación de la primera definición formal dada por Rose y Miernyk (1989, p. 245).

(2) Dollar y Wolff (1988, 1993) y Bernard y Jones (1996) van un paso más allá y descomponen la convergencia de la productividad laboral agregada y de la productividad total de los factores agregada de varios países en la convergencia de la productividad a nivel sectorial y efectos de la productividad causados por ajustes en el empleo o en la distribución sectorial de la producción.

producción sectorial se descompone en varias fuentes, una de las cuales son las variaciones en la matriz de coeficientes técnicos. Un posible resultado sería que, para el sector i, la contribución al crecimiento en la producción del mismo de los cambios en los coeficientes técnicos es del 60%. Sin embargo, un inconveniente importante de las técnicas de descomposición estructural es que la descomposición no es única. Este problema ya ha sido señalado y analizado en profundidad para una descomposición con únicamente dos determinantes[3]. Para ese caso en concreto, el problema se ha solucionado de un modo *ad hoc*, mediante el cálculo de un promedio. Esta "solución", que de modo intuitivo presenta características interesantes, es sin embargo engañosa en cierta medida, puesto que es solamente aplicable al caso con dos determinantes. Como consecuencia, para la mayoría de aquellas descomposiciones con más determinantes (que para el analista económico tienen una mayor utilidad), la dimensión y las consecuencias de este problema no han sido consideradas en profundidad.

En la sección siguiente se mostrará que cuando el número de determinantes es *n*, el número de formas de descomposición equivalente es *n*!. En la sección 3 se presentan los resultados de un estudio empírico en el que $n = 4$ y en el que se observa un elevado grado de sensibilidad en sus resultados a la forma de descomposición empleada. Para el mismo caso mencionado anteriormente de la contribución del 60% debida a cambios en los coeficientes técnicos, se obtendrían resultados que variarían entre el 50% y el 70%, por ejemplo. Pese a que estas cifras puedan parecer no demasiado grandes, influyen enormemente en la interpretación económica de los resultados. Si el efecto de cambios en los coeficientes técnicos fuese del 50%, entonces la contribución de todos los factores restantes sería del otro 50%. Por tanto, la contribución de cambios en la tecnología productiva se consideraría como igual de importante que las contribuciones del resto de factores conjuntamente. Por el contrario, si el efecto de cambios en los coeficientes técnicos fuese del 70%, entonces la contribución de los factores restantes sería del 30% solamente. En otras palabras, la contribución de cambios en la tecnología productiva sería más de dos veces más importante que las contribuciones del resto de determinantes. Todo ello implica que las conclusiones acerca de las contribuciones de estos factores depende crucialmente del modo en que éstas son medidas. Una sensibilidad elevada origina un grave problema, puesto que no existen razones teóricas por las que una forma de descomposición deba ser preferida a otra. Por tanto, nuestros resultados acerca de esta sensibilidad arrojan dudas acerca del sentido que tiene la aplicación de técnicas de descomposición estructural con el propósito de descomponer el crecimiento de una variable entre sus diferentes determinantes.

La sección 4 estudia las dos soluciones *ad hoc* que tradicionalmente se aplican, primero comparando empíricamente la media de las formas

(3) Por ejemplo, Fromm (1968) conecta este asunto con el problema de los números índices (véase también Schumann, 1994).

de descomposición polar con la media de todas las formas de descomposición, y observando que los resultados provenientes de ambas soluciones medias son muy similares entre sí. A continuación se estudiará la "solución" consistente en emplear periodos intermedios como ponderaciones, lo que constituye un caso particular de las formas de descomposición no exhaustivas o aproximadas. Las descomposiciones que aparecen en las secciones 2 y 3 son exhaustivas, en el sentido de que la suma de todas las contribuciones supone el 100% del cambio total. Las descomposiciones no exhaustivas consisten en aproximaciones discretas a una descomposición en tiempo continuo, la cual sería única, y la suma de las contribuciones obtenidas en ellas generalmente no arroja el 100% del cambio total. Sin embargo, los resultados empíricos muestran que los residuos pueden ser muy pequeños. Claramente, esto no supone una solución al problema de variabilidad en las soluciones, si no que añade otra posibilidad a las *n*! formas de descomposición exhaustivas.

2. Metodología

El problema analizado en este artículo está motivado por la existencia de varias formas de descomposición equivalentes. Para plantear esta cuestión, considérese en primer lugar el caso más sencillo en el que y=xz, donde *y*, *x* y *z* pueden ser escalares, vectores o matrices. El cambio en *y* entre dos periodos temporales, es decir, Δy=y(1)-y(0), puede descomponerse como se muestra a continuación:

$$\Delta\mathbf{y} = \Delta\mathbf{x}\,\mathbf{z}(\mathbf{1}) + \mathbf{x}(\mathbf{0})\Delta\mathbf{z} \qquad (1)$$

$$= \Delta\mathbf{x}\,\mathbf{z}(\mathbf{0}) + \mathbf{x}(\mathbf{1})\Delta\mathbf{z} \qquad (2)$$

En este ejemplo, hay dos formas alternativas para descomponer aditivamente el cambio en *y* en la suma de efectos debidos a variaciones en sus determinantes. Las formas de descomposición (1) y (2) son equivalentes, no existiendo razones por las que una de ellas deba ser preferida frente a la otra. Para ambas ecuaciones (1) y (2), sus componentes son descritos habitualmente como "la contribución del cambio en *x* (*z*) al cambio en *y*". Una "solución" habitual a la existencia de varias soluciones consiste en tomar la media de ambas expresiones. Así, se obtiene:

$$\Delta\mathbf{y} = \Delta\mathbf{x}\,\mathbf{z}(\tfrac{1}{2}) + \mathbf{x}(\tfrac{1}{2})\,\Delta\mathbf{z} \qquad (3)$$

Donde, por ejemplo, $z(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}z(0) + \frac{1}{2}z(1)$.[4]

Debe notarse que esta "solución" resulta muy atractiva: es exhaustiva (la suma de los efectos coincide con el total de Δy) y resulta intuitivamente interesante, debido a que ambos efectos tienen las mismas ponderaciones

(4) Formas alternativas que incluyen términos de interacción son $\Delta y = \Delta x z(1) + x(1)\Delta z - \Delta x \Delta z$ ó $\Delta y = \Delta x z(0) + x(0)\Delta z + \Delta x \Delta z$. Nótese que la media de estas dos expresiones es también igual a la ecuación (3).

y además éstas son puntos intermedios. Desgraciadamente, esta "solución" es posiblemente únicamente en este caso con dos determinantes.

En el caso general, tenemos:

$$y = x_1 x_2 \ldots x_n \tag{4}$$

Para obtener una descomposición aditiva de Δy podemos empezar en uno de los extremos, obteniendo:

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{y} &= \Delta \mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2(1)\mathbf{x}_3(1)\ldots\mathbf{x}_{n-1}(1)\mathbf{x}_n(1) + \mathbf{x}_1(0)\Delta \mathbf{x}_2 \mathbf{x}_3(1)\ldots\mathbf{x}_{n-1}(1)\mathbf{x}_n(1) + \ldots \\ &\ldots + \mathbf{x}_1(0)\mathbf{x}_2(0)\mathbf{x}_3(0)\ldots\Delta \mathbf{x}_{n-1}\mathbf{x}_n(1) + \mathbf{x}_1(0)\mathbf{x}_2(0)\mathbf{x}_3(0)\ldots\mathbf{x}_{n-1}(0)\Delta \mathbf{x}_n\end{aligned} \tag{5}$$

Si comenzamos en el otro de los extremos se obtiene:

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{y} &= \Delta \mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2(0)\mathbf{x}_3(0)\ldots\mathbf{x}_{n-1}(0)\mathbf{x}_n(0) + \mathbf{x}_1(1)\Delta \mathbf{x}_2 \mathbf{x}_3(0)\ldots\mathbf{x}_{n-1}(0)\mathbf{x}_n(0) + \ldots \\ &\ldots + \mathbf{x}_1(1)\mathbf{x}_2(1)\mathbf{x}_3(1)\ldots\Delta \mathbf{x}_{n-1}\mathbf{x}_n(0) + \mathbf{x}_1(1)\mathbf{x}_2(1)\mathbf{x}_3(1)\ldots\mathbf{x}_{n-1}(1)\Delta \mathbf{x}_n\end{aligned} \tag{6}$$

Pese a que las ecuaciones (5) y (6) son las más convenientes desde el punto de vista de la notación, no hay razones por las que se deba emplear por uno de los extremos o por el otro. Todas las formas de descomposición equivalente se obtienen mediante la aplicación de la ecuación (5) a cada una de las permutaciones del conjunto de subíndices {1,...,n}, y rescribiendo los *n* sumandos en el orden en el que aparecen en la ecuación (4). Así, el número de formas de descomposición equivalentes es igual al número de permutaciones, que es *n!*[5]. Las ecuaciones (5) y (6) se denominan "descomposiciones polares" puesto que se obtienen a través de la ordenación original {1,...,n} de derecha a izquierda y de izquierda a derecha.

Es sobradamente conocido el hecho de que las descomposiciones estructurales son múltiples y "como consecuencia, las mediciones de las diferentes fuentes de cambio no son únicas" (Rose y Casler, 1996, p. 47). Es, por tanto, ligeramente sorprendente que no se le haya prestado apenas atención a la investigación de la gravedad de sus consecuencias[6]. En lugar de esto, la mayoría de los autores adoptan la "solución" *ad hoc* de

(5) Debe mencionarse que estas *n!* descomposiciones no agotan todas las posibilidades. Por ejemplo, emplear a la expresión $\Delta y = \left[\Delta\left(x_1 \ldots x_i\right)\right]\left[\left(x_{i+1} \ldots x_n\right)(1)\right] + \left[\left(x_1 \ldots x_i\right)(0)\right]\left[\Delta\left(x_{i+1} \ldots x_n\right)\right]$ para *i=1,...,n* y descomponer otra vez los términos Δ de la misma manera. Esto da lugar a un conjunto de formas de descomposición con una estructura diferente (véase Dietzenbacher y Los, 1997).

(6) Particularmente, esto se verifica en la literatura de números índices, puesto que aquí se ha tratado con profusión el problema de no unicidad tanto desde un punto de vista teórico como aplicado. En el campo el análisis IO, una excepción es el trabajo de Dietzenbacher y Los (1997), que examina la descomposición de cambios en la matriz de Leontief agregada y en el valor añadido por sector. Empleando una agregación elevada, el análisis de variabilidad se basa únicamente en la equivalencia aritmética entre las formas de descomposición, destacando como la mayoría de las formas de descomposición tienen estructuras inconsistentes. Por lo tanto, algunas de ellas sí que son preferibles a las otras. Por el contrario, las descomposiciones estudiadas aquí se basan en equivalencia de tipo económico, donde ninguna de las ecuaciones es preferible al resto.

o bien tomar la media de las dos descomposiciones polares de las ecuaciones (5) y (6), o bien emplear la ecuación (5) con ponderaciones de puntos intermedios. Recuérdese que en el caso sencillo con únicamente dos determinantes, este último enfoque obtiene el mismo resultado (véase la ecuación (3)). Debe recalcarse el hecho de que si se calcula la media de las dos descomposiciones polares en el caso general se sigue obteniendo una descomposición exhaustiva, pero no tan intuitiva como la "solución" de la ecuación (3). Sus términos tienen una estructura de ponderaciones compleja y además no se emplean el mismo tipo de pesos en todos ellos. Por otro lado, la "solución" *ad hoc* de aplicar como ponderaciones puntos intermedios implica que aparezca un residuo.

En la sección siguiente se analizará la variabilidad en los resultados obtenidos a partir de las *n!* formas de descomposición diferentes. Empleando un marco de análisis IO, se considerarán los cambios en los costes laborales y en las importaciones a nivel sectorial. Basándose en una tabla IO con 214 sectores el modelo a emplear es:

$$\mathbf{w} = \hat{\mathbf{u}}\mathbf{q} \tag{7}$$

$$\mathbf{m} = \hat{\mathbf{v}}\mathbf{q} \tag{8}$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{A}\mathbf{q} + \mathbf{B}\mathbf{f} \tag{9}$$

con

w Vector *(214x1)* de costes laborales por sector (sueldos y salarios y costes no salariales)

m Vector *(214x1)* de importaciones por sector

q Vector *(214x1)* de output por sector

u Vector *(214x1)* de costes laborales por unidad de output del sector en términos monetarios[7]

v Vector *(214x1)* de importaciones por unidad de output del sector

A Matriz *(214x214)* de coeficientes técnicos, que miden el input procedente del sector *i* empleado en *j* en términos relativos al output del sector *j*

B Matriz *(214x5)* de coeficientes puente, que miden la parte de la demanda final en la categoría k que se gasta en productos del sector *i*. Describe la distribución de la demanda final.

f Vector *(5x1)* de demanda final en cada una de las cinco categorías: consumo privado, consumo público, exportaciones, inversión y producción imputada a los servicios bancarios

(7) $\hat{\mathbf{u}}$ denota a la matriz diagonal con el vector **u** en su diagonal principal y el resto de celdas igual a cero.

La solución del modelo, que constituirá la base para la descomposición, viene dado por:

$$\mathbf{w} = \hat{\mathbf{u}}\mathbf{LBf} \tag{10}$$

$$\mathbf{m} = \hat{\mathbf{v}}\mathbf{LBf} \tag{11}$$

Donde $\mathbf{L} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ denota a la matriz inversa de Leontief, que recoge las necesidades totales de inputs. De acuerdo con la ecuación (10), el cambio $\Delta\mathbf{w}$ en los costes laborales por sector puede ser descompuesto en los siguientes cuatro componentes:

(1) Efectos del cambio $\Delta\hat{\mathbf{u}}$ en los costes laborales por unidad de output

(2) Efectos de cambios tecnológicos $\Delta\mathbf{L}$[8]

(3) Efectos de cambios $\Delta\mathbf{B}$ en la composición de la demanda final

(4) Efectos de cambios $\Delta\mathbf{f}$ en el nivel de demanda final[9]

3. Análisis de sensibilidad

Basándose en las ecuaciones (10) y (11), se ha descompuesto $\Delta\mathbf{m}$ y $\Delta\mathbf{w}$ a partir de las tablas IO de Holanda a 214 sectores y precios corrientes para los años 1986 y 1992[10]. Las ecuaciones (10) y (11) incluyen cuatro factores, por lo que el número de formas de descomposición diferentes será de 24. Las descomposiciones polares que aparecían en (5) y (6) para el caso general serían ahora, por ejemplo para la descomposición de $\Delta\mathbf{w}$, las siguientes:

$$\Delta\mathbf{w} = \mathbf{w}(92) - \mathbf{w}(86)$$

$$= \hat{\mathbf{u}}(92)\mathbf{L}(92)\mathbf{B}(92)\mathbf{f}(92) - \hat{\mathbf{u}}(86)\mathbf{L}(86)\mathbf{B}(86)\mathbf{f}(86) \tag{12}$$

$$\begin{aligned} &= \Delta\hat{\mathbf{u}}\mathbf{L}(92)\mathbf{B}(92)\mathbf{f}(92) + \hat{\mathbf{u}}(86)\Delta\mathbf{L}\mathbf{B}(92)\mathbf{f}(92) \\ &\quad + \hat{\mathbf{u}}(86)\mathbf{L}(86)\Delta\mathbf{B}\mathbf{f}(92) + \hat{\mathbf{u}}(86)\mathbf{L}(86)\mathbf{B}(86)\Delta\mathbf{f} \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} &= \Delta\hat{\mathbf{u}}\mathbf{L}(86)\mathbf{B}(86)\mathbf{f}(86) + \hat{\mathbf{u}}(92)\Delta\mathbf{L}\mathbf{B}(86)\mathbf{f}(86) \\ &\quad + \hat{\mathbf{u}}(92)\mathbf{L}(92)\Delta\mathbf{B}\mathbf{f}(86) + \hat{\mathbf{u}}(92)\mathbf{L}(92)\mathbf{B}(92)\Delta\mathbf{f} \end{aligned} \tag{14}$$

---

(8) En el análisis empírico se han empleado tablas a precios corrientes. Pese a que generalmente es preferible usar tablas a precios constantes, los datos empleados sirven para cumplir el objetivo del artículo que es analizar la sensibilidad de los resultados con respecto a la forma de descomposición elegida. Sin embargo, debe recalcarse que $\Delta\mathbf{A}$ no sólo supone cambios en la tecnología, si no también cambios en los precios. Hablando estrictamente $\Delta\mathbf{L}$ recoge, por tanto, los efectos de variaciones en la estructura de costes.

(9) Este cambio puede descomponerse en más efectos como los cambios en los niveles de demanda final total y cambios en la distribución de la demanda final total entre las cinco categorías (véase, por ejemplo, Lin y Polenske, 1995).

(10) Pese a que los datos no han sido publicados en forma impresa, están compilados en forma de disquete por Statistics Netherlands. Para consultar información general o detalles acerca de la clasificación sectorial, véase, por ejemplo, Statistics Netherlands (1996).

Los cuatro sumandos de las ecuaciones (13) y (14) recogen las respectivas contribuciones al cambio $\Delta\mathbf{w}$ de los efectos de variaciones en los costes laborales por unidad de output, los cambios tecnológicos, los cambios en la composición de la demanda final y los cambios en los niveles de demanda final. En las tablas, a estos cuatro elementos se les denotará abreviadamente como Efecto $\Delta\hat{\mathbf{u}}$, Efecto $\Delta\mathbf{L}$, Efecto $\Delta\mathbf{B}$ y Efecto $\Delta\mathbf{f}$.

3.1. Variabilidad de los resultados

El cuadro 1 muestra las contribuciones de los cuatro efectos para los 10 sectores "más importantes". En otras palabras, se han seleccionado los cinco sectores con la tasa de crecimiento de costes laborales más elevada y los cinco sectores con el mayor crecimiento absoluto en sus costes laborales. Por ejemplo, para el sector 156 en las 24 formas de descomposición calculadas el menor Efecto $\Delta\hat{\mathbf{u}}$ encontrado fue de 8,2 (millones de Florines) y el mayor Efecto $\Delta\hat{\mathbf{u}}$ fue de 21,4. La siguiente columna recoge el rango r_i como la diferencia entre los efectos máximo y mínimo para cada sector *i*. El Efecto $\Delta\hat{\mathbf{u}}$ medio para las 24 descomposiciones aparece en la columna m_i y toma valor 14,4[11]. Por otro lado, la desviación típica (s_i) vale 5,2. Las últimas dos columnas recogen ratios porcentuales que relacionan tanto el rango como la desviación típica con la media. Por ejemplo, para el sector 156 el rango y la desviación típica suponían respectivamente el 92,2% y el 36,3% sobre el valor de la media.

Los resultados muestran una variabilidad sustancial en los efectos de las 24 formas de descomposición. La primera parte del cuadro 1 recoge los sectores con mayor tasa de crecimiento de costes laborales, observándose que los efectos de $\Delta\hat{\mathbf{u}}$ y $\Delta\mathbf{f}$ sufren la variabilidad más acusada. Por otro lado, el ratio entre el rango y la media es, en promedio, del 50%. Para los resultados del cuadro 1, así como para la mayor parte del resto de cálculos sectoriales realizados, parece cumplirse la siguiente regla: a grandes rasgos, un valor de 100 $(\frac{r_i}{\mu_i})$ igual a 50 implica que el mínimo valor observado es 0,75μ_i mientras que el máximo es 1,25μ_i. La media del ratio $(\frac{r_i}{\mu_i})$ para la segunda parte del cuadro 1 (con los sectores que presentan mayor crecimiento absoluto en sus costes laborales) es menor, en concreto un 31%. Esto se debe en parte a que en ocasiones los valores de μ_i son excepcionalmente grandes. Resultados similares aparecen también para la descomposición del cambio $\Delta\mathbf{m}$ de las importaciones sectoriales.

Para ilustrar las consecuencias sobre la interpretación económica de los resultados obtenidos se ha tomado como caso de estudio al sector 127 (bares y restaurantes). El cuadro 2 muestra las contribuciones porcentuales de cada uno de los cuatro efectos al cambio en los costes laborales de este sector. Las filas *min* y *max* recogen las contribuciones mínimas y máximas respectivamente para cada efecto, obtenidas directamente del cuadro 1. A primera vista, las diferencias entre ambas parecen no ser

(11) Nótese que para cada sector los cuatro valores en la columna μ_i suman el cambio total registrado Δw_i (por ejemplo, 897 para el sector 156).

demasiado elevadas: el rango para el efecto de **ΔB** es del 16% mientras que es del 18% para el efecto de **Δf**. Podría esperarse, sin embargo, que uno tomase su máximo valor cuando el otro efecto alcanza su mínimo.

Cuadro 1
RESULTADOS PARA LOS 10 SECTORES "MÁS IMPORTANTES"

Sector[a]	min_i	max_i	r_i	μ_i	σ_i	$(\frac{r_i}{\mu_i})(\%)$	$(\frac{\sigma_i}{\mu_i})(\%)$
Sectores con la tasa de crecimiento de costes laborales más elevada							
i = 156	$w_i(86) = 539$		$w_i(92) = 1436$		$\Delta w_i = 897$		$\Delta w_i(\%) = 166{,}4$
$\Delta\hat{u}$	8,2	21,4	13,3	14,4	5,2	92,2	36,3
ΔL	392,5	517,3	124,8	454,2	58,1	27,5	12,8
ΔB	176,7	238,8	62	207,2	27,5	29,9	13,3
Δf	142,9	301,1	158,2	221,2	67,6	71,5	30,6
i = 153	$w_i(86) = 1245$		$w_i(92) = 2842$		$\Delta w_i = 1597$		$\Delta w_i(\%) = 128{,}3$
$\Delta\hat{u}$	119,1	248,1	129	180,4	50,7	71,5	28,1
ΔL	584,4	822,9	238,5	700	98	34,1	14
ΔB	209,2	301,7	92,5	253,4	34,3	36,5	13,5
Δf	333,2	599,3	266	463,3	108,6	57,4	23,5
i = 205	$w_i(86) = 77$		$w_i(92) = 172$		$\Delta w_i = 95$		$\Delta w_i(\%) = 123{,}4$
$\Delta\hat{u}$	1,3	2,8	1,5	2	0,6	76,6	32,7
ΔL	0	0	0	0	0	-	-
ΔB	50,8	68,4	17,6	59,6	8,7	29,5	14,5
Δf	24,9	42,1	17,1	33,5	8,6	51,2	25,6
i = 127	$w_i(86) = 189$		$w_i(92) = 416$		$\Delta w_i = 227$		$\Delta w_i(\%) = 120{,}1$
$\Delta\hat{u}$	16,1	32,6	16,5	23,9	6,6	69,3	27,7
ΔL	19	27,4	8,4	23,1	3,5	36,2	15,2
ΔB	83,1	120,3	37,1	101,3	16,4	36,7	16,2
Δf	59,3	99,3	40	78,8	17	50,7	21,5
i = 157	$w_i(86) = 1032$		$w_i(92) = 2249$		$\Delta w_i = 1217$		$\Delta w_i(\%) = 117{,}9$
$\Delta\hat{u}$	5	10,8	5,8	7,8	2,2	75,2	29
ΔL	451,6	578,2	126,6	514,6	62,3	24,6	12,1
ΔB	285	355,7	70,7	320,1	34,1	22,1	10,7
Δf	279,2	470	190,8	374,5	80,8	50,9	21,6

Cuadro 1 (continuación)
RESULTADOS PARA LOS 10 SECTORES "MÁS IMPORTANTES"

Sector[a]	min_i	max_i	r_i	μ_i	σ_i	$(\frac{r_i}{\mu_i})$(%)	$(\frac{\sigma_i}{\mu_i})$(%)
Sectores con mayor crecimiento absoluto en sus costes laborales							
i = 121	$w_i(86) = 13212$		$w_i(92) = 20712$		$\Delta w_i = 7500$	$\Delta w_i(\%) = 56,8$	
$\Delta\hat{u}$	1902,6	2607,2	704,6	2249,5	310,2	31,3	13,8
ΔL	387,9	614,1	226,2	492,8	70,9	45,9	14,4
ΔB	597,3	911,5	314,2	745	107	42,2	14,4
Δf	3606,2	4428,4	822,2	4012,7	341,4	20,5	8,5
i = 123	$w_i(86) = 7726$		$w_i(92) = 12225$		$\Delta w_i = 4499$	$\Delta w_i(\%) = 58,2$	
$\Delta\hat{u}$	1235,6	1685,6	449,9	1458,5	215,1	30,8	14,7
ΔL	6,6	9,2	2,6	7,8	0,7	33,7	9,6
ΔB	244,9	375,7	130,7	308,1	55,4	42,4	18
Δf	2482,3	2971	488,7	2724,6	224,3	17,9	8,2
i = 146	$w_i(86) = 5385$		$w_i(92) = 8232$		$\Delta w_i = 2847$	$\Delta w_i(\%) = 52,9$	
$\Delta\hat{u}$	363	519,9	156,9	439,8	66,8	35,7	15,2
ΔL	291,9	405,5	113,7	346,3	42,2	32,8	12,2
ΔB	300,5	425	124,5	360,3	47,3	34,6	13,1
Δf	1564,6	1838,9	274,3	1700,6	104,9	16,1	6,2
i = 171	$w_i(86) = 8221$		$w_i(92) = 10863$		$\Delta w_i = 2642$	$\Delta w_i(\%) = 32,1$	
$\Delta\hat{u}$	1169	1525,4	356,4	1341,4	130	26,6	9,7
ΔL	-7,9	-5,6	2,3	-6,7	0,7	-34,8	-10,6
ΔB	-714,4	-505,8	208,6	-607,2	87,5	-34,4	-14,4
Δf	1723,4	2117,1	393,7	1914,4	131,1	20,6	6,8
i = 162	$w_i(86) = 6933$		$w_i(92) = 9417$		$\Delta w_i = 2484$	$\Delta w_i(\%) = 35,8$	
$\Delta\hat{u}$	654,2	856,1	201,9	751,9	82	26,9	10,9
ΔL	-279,1	-177,7	101,4	-226,1	40,2	-44,9	-17,8
ΔB	205,3	306,7	101,5	252,3	30,1	40,2	11,9
Δf	1578,1	1843,2	265,2	1706	86,1	15,5	5

[a] Los sectores son los siguientes: 156, asesoría económica; 153, servicios informáticos; 205, juegos de azar; 127, restauración; 157, otros servicios a las empresas; 121, comercio al por mayor; 123, comercio minorista; 146, ferrocarriles, servicios de comunicaciones, taxi y transporte en autobús; 171, educación primaria especial (para niños discapacitados); 162, gobierno local.

Esto es precisamente lo que ocurre, como se recoge en las filas (*) y (**). Estas filas muestran los resultados de dos de las 24 descomposiciones realizadas. Para el caso de (*) se concluiría que el efecto de **ΔB** sería el doble que el de **Δf**; sin embargo, si se emplease (**) se obtendría que el efecto de **ΔB** sería sensiblemente menor que el de **Δf**.

Cuadro 2
CONTRIBUCIONES PORCENTUALES PARA EL SECTOR 127

Costes laborales	$\Delta\hat{u}$	ΔL	ΔB	Δf
min	7	8	37	26
max	14	12	53	44
(*)	9	12	53	26
(**)[a]	11	9	37	44

[a] Debido al redondeo de decimales, las cifras pueden no sumar el 100%.

El cuadro 3 resume la variabilidad de los resultados para todos los sectores de las 24 formas de descomposición diferentes. Considérese, por ejemplo, la descomposición del cambio en los costes laborales por sector. Para cada sector *i* (= *1,...,214*), el efecto de ha sido calculado para cada una de las 24 descomposiciones, obteniéndose también los ratios 100 $(\frac{r_i}{\mu_i})$ y 100 $(\frac{\sigma_i}{\mu_i})$. Las cifras del cuadro 3 recogen la media y la desviación típica para todos los sectores de los efectos absolutos[12].

Cuadro 3
VARIABILIDAD MEDIA

	100 $(\frac{r_i}{\mu_i})$		100 $(\frac{\sigma_i}{\mu_i})$	
	Media	Desv. típica	Media	Desv. típica
Costes laborales				
$\Delta\hat{u}$	42,7	16,2	15,7	6
ΔL	54,9	42,4	20,2	16,9
ΔB	60,4	102,3	23,4	43,9
Δf	31	21,5	10,7	7,7
Importaciones				
$\Delta\hat{u}$	42,7	16,2	15,7	6
ΔL	61,5	48,4	21,7	19,5
ΔB	67,1	97,1	24,8	42,1
Δf	37,6	33,6	14,1	14,3

(12) Por ejemplo, la media se calcula en principio como $\sum_{i=1}^{214} \frac{\left|100\left(r_i / \mu_i\right)\right|}{214}$. Sin embargo, algunos sectores no se consideran puesto que $r_i=\sigma_i=\mu_i=0$.

Este cuadro muestra claramente como los resultados obtenidos a partir de las 24 formas de descomposición presentan un grado de variabilidad considerable[13]. El valor medio del coeficiente de variación ($\frac{\sigma_i}{\mu_i}$) para el efecto de **ΔL** y **ΔB** está entre el 20% y el 25% tanto para la descomposición de los costes laborales como para las importaciones por sector. Nótese además que existe un gran nivel de variabilidad en los coeficientes de variación para los diferentes sectores, tal y como refleja el valor de las desviaciones típicas. Esto se cumple especialmente para los coeficientes de variación de los efectos de **ΔB**. Una desviación típica elevada indica que existen un buen número de sectores donde el coeficiente de variación está muy cercano a cero, mientras que en varios de ellos presenta un valor muy alto. Así, en algunos sectores el coeficiente de variación para el efecto de **ΔB** apenas cambia mientras que para otros sectores, en contraste, la variación es extremadamente grande.

Puesto que la aplicación de la técnica de descomposición estructural supone la existencia de varias formas de descomposición, y puesto que todas ellas son equivalentes en el sentido de que no existen razones teóricas por la que alguna de ellas deba ser preferida a las otras, defendemos que debe acudirse al cálculo de su media. Sin embargo, puesto que los resultados pueden diferir considerablemente entre todas ellas, creemos que el rango (o la desviación típica) también proporciona información relevante, por lo que sugerimos que en los estudios empíricos se calculen tanto efectos medios como sus correspondientes rangos (o desviaciones típicas).

3.2. Los efectos de la agregación

El siguiente experimento estudia la cuestión de si el nivel de agregación afecta a la variabilidad de los resultados de las diferentes formas de descomposición. Con este fin, los cálculos realizados a 214 sectores que se recogen en el cuadro 3 han sido repetidos para agregaciones a 113, 59 y 27 sectores y finalmente, para un solo sector[14]. La clasificación a 59 ramas empleada es muy similar a la empleada por la Oficina Holandesa de Estadística en sus publicaciones oficiales (véase, por ejemplo, Statistics Netherlands, 1995). El caso de una sola rama representa el caso de máxima agregación, en el que el total del proceso productivo constituye el único sector, mientras que la agregación a 113 y 27 sectores se ha realizado "arbitrariamente" con un propósito simplemente comparativo.

(13) Obsérvese que estos resultados para el efecto $\Delta\hat{\mathbf{u}}$ son idénticos a los del efecto $\Delta\hat{\mathbf{v}}$. Aunque los efectos son diferentes entre sí, se puede observar fácilmente que sus ratios $\frac{r_i}{\mu_i}$ y $\frac{\sigma_i}{\mu_i}$ son iguales para cada sector.

(14) Aunque una agregación sectorial en torno a 20-30 sectores es el nivel más alto de agregación en el que el análisis aplicado todavía es relevante, se ha incluido el caso de un solo sector para completar todas las posibilidades.

Respecto a los resultados, en primer lugar se han calculado los valores del ratio $(\frac{r_i}{\mu_i})$ para cada sector *i*, recogiendo el cuadro 4 sus correspondientes medias y desviaciones típicas para el total de sectores. En términos generales, los resultados muestran un leve descenso en la variabilidad, como se observa en el descenso de los valores medios de $(\frac{r_i}{\mu_i})$. Debe notarse, sin embargo, que cabe la posibilidad de que una mayor agregación incremente casualmente la variabilidad: obsérvese que la variabilidad en los efectos de $\Delta\hat{\mathbf{u}}$, $\Delta\hat{\mathbf{v}}$ y $\Delta\mathbf{L}$ es todavía considerable, incluso en el caso de agregación máxima a una sola rama. En definitiva, no es cierto que la variabilidad desaparezca o incluso se reduzca drásticamente como consecuencia de la agregación de los datos de partida.

Cuadro 4
EFECTOS DE LA AGREGACIÓN ANTES DE LA DESCOMPOSICIÓN[a]

	Número de sectores				
	214	113	59	27	1
Costes laborales					
$\Delta\hat{\mathbf{u}}$	42,7	39,5	41,2	35	24,3
	(16,2)	(12,2)	(13,9)	(8,7)	(—)[b]
ΔL	54,9	56,1	57,5	49,7	36,5
	(42,4)	(39,7)	(40,3)	(20,4)	(—)
ΔB	60,4	52,9	44,8	43,8	(—)[c]
	(102,3)	(40,1)	(17,6)	(13,6)	(—)
Δf	31	27,4	31,6	23,6	12,6
	(21,5)	(19)	(22,6)	(13,9)	(—)
Importaciones					
ΔL	61,5	59,5	55,2	44,5	28,9
	(48,4)	(47,7)	(38,4)	(17,6)	(—)
ΔB	67,1	56,5	43,2	38,6	(—)
	(97,1)	(44,6)	(17)	(11)	(—)
Δf	37,6	30,5	29,3	18,3	4,9
	(21,5)	(19)	(22,6)	(13,9)	(—)

[a] Las estadísticas descriptivas del efecto $\Delta\hat{\mathbf{v}}$ para las importaciones son idénticas a las del de $\Delta\hat{\mathbf{u}}$ para los costes laborales, por lo que han sido omitidas. Las cifras muestran la media de los ratios $(\frac{r_i}{\mu_i})$ en términos porcentuales, estando entre paréntesis las desviaciones típicas.

[b] Puesto que en este caso sólo hay un sector, solamente se dispone de una observación. En este caso, por definición típica es nula, por lo que es omitida

[c] A este nivel de agregación, la matriz **B** es igual siempre a 1, por lo que no cambia.

Hasta ahora se ha comentado la posibilidad de que los datos de partida en el marco IO sean agregados previamente a la descomposición. Otra posibilidad es que se proceda a la agregación después del análisis de descomposición, lo cual tiene lugar cuando los cálculos se basan en datos con un nivel de desagregación elevado pero se presentan de forma agregada[15]. Por ejemplo, los costes laborales totales se obtienen como la suma de los costes laborales por sector, es decir:

$$\mathbf{W} = \sum_i w_i = \mathbf{e}'\mathbf{w}$$

donde **e´** denota el vector fila (1,...,1) con la dimensión apropiada. De forma análoga, $\mathbf{M} = \sum_i m_i = \mathbf{e}'\mathbf{m}$. De la ecuación (12) se sigue que la descomposición del cambio en **W** se basa en la expresión:

$$\Delta \mathbf{W} = \mathbf{e}'\hat{\mathbf{u}}(92)\mathbf{L}(92)\mathbf{B}(92)\mathbf{f}(92) - \mathbf{e}'\hat{\mathbf{u}}(86)\mathbf{L}(86)\mathbf{B}(86)\mathbf{f}(86)$$

cosechando de nuevo 24 formas de descomposición diferentes. Los resultados para los cuatro efectos se obtienen simplemente sumando los respectivos efectos sectoriales.

Cuadro 5
RESULTADOS PARA LA AGREGACIÓN DESPUÉS DE LA DESCOMPOSICIÓN

Sector	*min*	*max*	*r*	*μ*	*σ*	$\frac{r_i}{\mu_i}$	$\frac{\sigma_i}{\mu_i}$
Costes laborales totales			**ΔW = 79233**				
$\Delta\hat{u}$	16496	21772	5276	19078	2248	27,7	11,8
ΔL	3907	5258	1351	4557	489	29,6	10,7
ΔB	3505	5421	1916	4391	516	43,6	11,7
Δf	47850	54486	6636	51208	2803	13	5,5
Importaciones totales			**ΔM = 25303**				
$\Delta\hat{u}$	-844	-249	595	-526	237	-113	-45,1
ΔL	-1737	-1097	640	-1408	265	-45,5	-18,8
ΔB	-4064	-2885	1179	-3462	511	-34,1	-14,8
Δf	30026	31331	1305	30699	548	4,3	1,2

Los valores del cuadro 5 muestran claramente que la agregación después de la descomposición no suponen necesariamente una disminución elevada de la variabilidad. Intuitivamente se podría pensar que, para ciertos sectores, los resultados obtenidos mediante una forma específica de descomposición serán mayores que el resultado medio, mientras que ocurrirá lo contrario para otros sectores, por lo que la suma de todos estos efectos sectoriales implicaría que las diferencias respecto a la media se anularían entre sí. Por tanto, se esperaría que el ratio r/μ para la descom-

(15) De modo similar, Wolff (1985, 1994) descompone el cambio en la tasa total de crecimiento de la productividad total de los factores en el efecto *share*, el efecto interindustrial ocasionado por variaciones en la matriz inversa de Leontief y el efecto de cambios tecnológicos a nivel sectorial.

posición agregada del cuadro 5, por ejemplo, fuese mucho menor que los ratios medios r/μ del cuadro 3. Esto únicamente se verifica para los efectos de $\mathbf{\Delta f}$ para la descomposición de cambios en las importaciones y, en menor medida, también para los costes laborales. Obsérvese que la variabilidad del efecto de $\Delta\hat{\mathbf{v}}$ es incluso mucho mayor, lo que está motivado por el hecho de que el efecto medio de $\Delta\hat{\mathbf{v}}$ se reduce en términos relativos después de la agregación, mientras que el rango se mantiene constante.

4. Análisis de las "soluciones" ad hoc

En esta sección se estudiarán las dos "soluciones" *ad hoc* que de forma predominante se han empleado en la literatura para solucionar el problema de no unicidad en las soluciones. La primera de estas soluciones se obtiene calculando la media de las descomposiciones polares recogidas en las ecuaciones (5) y (6), mientras que la segunda consiste en aplicar una estructura de ponderaciones temporales basada en periodos intermedios. Pese a que en el caso más sencillo con solamente dos determinantes ambas alternativas obtienen el mismo resultado, en el caso general con *n* factores esta igualdad no se mantiene. Además, las interesantes propiedades de la solución *ad hoc* en el caso de dos factores (una estructura de ponderaciones sencilla con puntos intermedios y que al mismo tiempo es una descomposición exhaustiva) tampoco se cumplen en el caso general. Pese a que la media de las descomposiciones polares es exhaustiva, esta solución implica una estructura de ponderaciones que no resulta sencilla, mientras que la descomposición con puntos intermedios a modo de ponderaciones supone la aparición de un residuo.

4.1. Solución media: descomposiciones polares frente a todas las descomposiciones

Esta subsección si resulta necesario o no calcular las 24 formas de descomposición (o *n!* para el caso general) para obtener información relativa al efecto medio y al rango de los resultados. Como alternativa, se considera la media de únicamente las dos descomposiciones polares (13) y (14). Por ejemplo, el efecto medio de $\mathbf{\Delta L}$ en este último caso sería:

$$\textit{Efecto}\ \Delta\mathbf{L} = \tfrac{1}{2}\,\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{86})\,\Delta\mathbf{L}\,\mathbf{B}(\mathbf{92})\mathbf{f}(\mathbf{92}) + \tfrac{1}{2}\,\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{92})\,\Delta\mathbf{L}\,\mathbf{B}(\mathbf{86})\mathbf{f}(\mathbf{86})$$

frente a la posibilidad de obtener el efecto medio a partir del total de las 24 formas de descomposición.

En el cuadro 6, para cada sector *i* se ha calculado el ratio (en tanto por ciento) entre el efecto obtenido de la media de las descomposiciones polares (μ_i^P) y el que se obtiene a partir de la media de todas las formas de descomposición (μ_i^F) para, a continuación, calcular su media sectorial y la correspondiente desviación típica. De forma análoga, se define un ratio ρ_i de los dos rangos r_i^P y r_i^F, calculándose nuevamente su valor medio sectorial y estudiando también la distribución de frecuencias relativas (en porcentaje) de los sectores con un ρ_i menor que 50, mayor que 50 e igual a 100.

Cuadro 6
COMPARACIÓN DE CONTRIBUCIONES MEDIAS

	Costes laborales				Importaciones			
	$\Delta\hat{u}$	ΔL	ΔB	Δf	$\Delta\hat{v}$	ΔL	ΔB	Δf
$100\left(\frac{\mu_i^P}{\mu_i^F}\right)$								
Media	99,97	99,59	99,81	99,8	99,97	100,95	101,12	99,98
Desv. típica	0,9	2,85	6,18	0,9	0,9	4,67	7,7	2,96
$\rho_i=100\left(\frac{r_i^P}{r_i^F}\right)$								
Media	69,62	50,14	50,42	61,91	69,41	69,49	68,2	65
Frecuencias								
$0 \leq \rho_i < 50$	30,05	54,41	51,17	40,38	30,19	28,78	30,05	34,74
$0 \leq \rho_i < 100$	36,15	32,84	40,85	30,52	36,32	40,98	39,91	39,91
$\rho_i = 100$	33,8	12,75	7,98	29,11	33,49	30,24	30,05	25,35

Los resultados muestran que, en general, los efectos medios μ_i^P y μ_i^F toman valores muy parecidos entre sí, y las reducidas desviaciones típicas indican que este resultado también se cumple a nivel sectorial. Esto sugiere que, para estimar los efectos medios a partir de la media de todas las formas de descomposición (μ_i^F) basta con considerar la media de únicamente las formas de descomposición polar (μ_i^P).

La media de las descomposiciones polares, sin embargo, parece subestimar la variabilidad de los resultados. Además la cuantía de esta subestimación puede variar enormemente dependiendo del caso: por ejemplo, para el efecto de $\mathbf{\Delta L}$ ($\mathbf{\Delta B}$) en la descomposición de los costes laborales las descomposiciones polares obtienen un rango r_i^P menor que la mitad del rango de todas las descomposiciones r_i^F para el 54% (51%) de los sectores. Para el efecto de $\mathbf{\Delta B}$ se observa como la media de las descomposiciones polares y la media de todas las descomposiciones tienen el mismo rango ($r_i^F = r_i^P$) solamente en el 8% de los sectores, mientras que para el efecto de $\mathbf{\Delta\hat{u}}$ esta igualdad se cumple en el 34% de los casos. Estos resultados indican que emplear el efecto medio de las descomposiciones polares en lugar de considerar todas las formas de descomposición puede resultar engañoso en los concernientes a los rangos (o desviaciones típicas). De todas formas, atendiendo a los valores de las últimas cuatro columnas a la derecha del cuadro 6 (descomposición de las importaciones), se observa que no necesariamente se da este fenómeno en nuestro caso: comparando r_i^P con r_i^F para los diferentes efectos en la descomposición de las importaciones, sólo para el 30% aproximadamente de los sectores r_i^P es menor que la mitad de r_i^F, siendo iguales para otro 30% de los casos.

4.2. Descomposiciones aproximadas

En esta subsección se examina el enfoque que emplea una aproximación discreta al diferencial total (véase, por ejemplo, Wolf, 1985, 1994; Afrasiabi y Casler, 1991). La solución *ad hoc* de aplicar una estructura de ponderaciones temporales basada en periodos intermedios es un caso particular de este enfoque.

Partiendo de $\mathbf{w} = \hat{\mathbf{u}}\mathbf{L}\mathbf{B}\mathbf{f}$ y diferenciando, tenemos:

$$d\mathbf{w} = d\hat{\mathbf{u}}\mathbf{L}\,\mathbf{B}\mathbf{f} + \hat{\mathbf{u}}d\mathbf{L}\,\mathbf{B}\mathbf{f} + \hat{\mathbf{u}}\mathbf{L}\,d\mathbf{B}\mathbf{f} + \hat{\mathbf{u}}\mathbf{L}\,\mathbf{B}d\mathbf{f} \qquad (15)$$

Empleando una aproximación discreta, se obtiene:

$$\Delta\mathbf{w} \approx \Delta\hat{\mathbf{u}}\mathbf{L}\,\mathbf{B}\mathbf{f} + \hat{\mathbf{u}}\Delta\mathbf{L}\,\mathbf{B}\mathbf{f} + \hat{\mathbf{u}}\mathbf{L}\,\Delta\mathbf{B}\mathbf{f} + \hat{\mathbf{u}}\mathbf{L}\,\mathbf{B}\Delta\mathbf{f} \qquad (16)$$

En estudios aplicados, el cálculo de esta descomposición aproximada normalmente se basa en ponderaciones tomadas en el primer año, en el último año o en su media (es decir, temporales basada en periodos intermedios). Estas tres posibilidades conducen a:

$$\Delta\mathbf{w} = \Delta\hat{\mathbf{u}}\mathbf{L}(0)\mathbf{B}(0)\mathbf{f}(0) + \hat{\mathbf{u}}(0)\Delta\mathbf{L}\,\mathbf{B}(0)\mathbf{f}(0) + \hat{\mathbf{u}}(0)\mathbf{L}(0)\Delta\,\mathbf{B}\mathbf{f}(0) + \hat{\mathbf{u}}(0)\mathbf{L}(0)\mathbf{B}(0)\Delta\mathbf{f} + \varepsilon(0) \qquad (17)$$

$$\Delta\mathbf{w} = \Delta\hat{\mathbf{u}}\mathbf{L}(1)\mathbf{B}(1)\mathbf{f}(1) + \hat{\mathbf{u}}(1)\Delta\mathbf{L}\,\mathbf{B}(1)\mathbf{f}(1) + \hat{\mathbf{u}}(1)\mathbf{L}(1)\Delta\mathbf{B}\mathbf{f}(1) + \hat{\mathbf{u}}(1)\mathbf{L}(1)\mathbf{B}(1)\Delta\mathbf{f} + \varepsilon(1) \qquad (18)$$

$$\Delta\mathbf{w} = \Delta\hat{\mathbf{u}}\mathbf{L}(\tfrac{1}{2})\mathbf{B}(\tfrac{1}{2})\mathbf{f}(\tfrac{1}{2}) + \hat{\mathbf{u}}(\tfrac{1}{2})\Delta\mathbf{L}\,\mathbf{B}(\tfrac{1}{2})\mathbf{f}(\tfrac{1}{2}) + \hat{\mathbf{u}}(\tfrac{1}{2})\mathbf{L}(\tfrac{1}{2})\Delta\mathbf{B}\mathbf{f}(\tfrac{1}{2}) + \hat{\mathbf{u}}(\tfrac{1}{2})\mathbf{L}(\tfrac{1}{2})\mathbf{B}(\tfrac{1}{2})\Delta\mathbf{f} + \phi(\tfrac{1}{2}) \qquad (19)$$

Donde, por ejemplo, $\varepsilon(0)$ denota los términos de interacción, que en estas ecuaciones son hasta de orden 4 (*n* en el caso general). La descomposición media se define como antes; esto es, por ejemplo:

$$\mathbf{L}(\tfrac{1}{2}) = \tfrac{1}{2}\mathbf{L}(0) + \tfrac{1}{2}\mathbf{L}(1)$$

Nótese que $\phi(\tfrac{1}{2}) \neq \tfrac{1}{2}\varepsilon(0) + \tfrac{1}{2}\varepsilon(1)$, puesto que, en general:

$$\Delta\hat{\mathbf{u}}\mathbf{L}(\tfrac{1}{2})\mathbf{B}(\tfrac{1}{2})\mathbf{f}(\tfrac{1}{2}) \neq \tfrac{1}{2}\Delta\hat{\mathbf{u}}\mathbf{L}(1)\mathbf{B}(1)\mathbf{f}(1) + \Delta\hat{\mathbf{u}}\mathbf{L}(0)\mathbf{B}(0)\mathbf{f}(0)$$

etc; lo que implica que existe una cuarta alternativa

$$\begin{aligned}\Delta\mathbf{w} = {} & (\tfrac{1}{2})\Delta\hat{\mathbf{u}}\mathbf{L(0)B(0)\,f(0)} + (\tfrac{1}{2})\Delta\hat{\mathbf{u}}\mathbf{L(1)B(1)\,f(1)} + (\tfrac{1}{2})\hat{\mathbf{u}}\mathbf{(0)}\,\Delta\mathbf{LB(0)\,f(0)} + (\tfrac{1}{2})\hat{\mathbf{u}}\mathbf{(1)}\,\Delta\mathbf{LB(1)\,f(1)} \\ & + (\tfrac{1}{2})\hat{\mathbf{u}}\mathbf{(0)}\;\mathbf{L(0)}\Delta\mathbf{B\,f(0)} + (\tfrac{1}{2})\hat{\mathbf{u}}\mathbf{(1)}\;\mathbf{L(1)}\Delta\mathbf{B\,f(1)} + (\tfrac{1}{2})\hat{\mathbf{u}}\mathbf{(0)}\;\mathbf{L(0)B(0)}\Delta\mathbf{f} + (\tfrac{1}{2})\mathbf{u(1)}\;\mathbf{L(1)B(1)}\Delta\mathbf{f} + \varepsilon(\tfrac{1}{2})\end{aligned} \qquad (20)$$

Siendo $\varepsilon(\tfrac{1}{2}) = \tfrac{1}{2}\varepsilon(0) + \tfrac{1}{2}\varepsilon(1)$.[16]

(16) Nótese que para el caso de dos determinantes (por ejemplo, *y=xz*) se tiene que $\varepsilon(0)=\Delta x\Delta z$, $\varepsilon(1)=-\Delta x\Delta z$ y $\varepsilon(^1/_2)=0$,. Para este caso, la descomposición aproximada con ponderaciones de periodos intermedios es exhaustiva e igual a la ecuación (3). Esto no se mantiene, sin embargo, para el caso general.

El cuadro 7 muestra los valores obtenidos respecto a la variabilidad de los resultados de las tres descomposiciones aproximadas de las ecuaciones (17), (18) y (20), junto con las estadísticas básicas relativas al término de error $\varepsilon(.)$. Para cada sector *i*, el rango r_i se ha obtenido como la diferencia absoluta de los efectos entre las ecuaciones (17) y (18), mientras que el efecto medio se obtiene a partir de la ecuación (20). Para cada sector, se ha calculado también en valor absoluto (en términos porcentuales) el ratio $(\frac{r_i}{\mu_i})$, sus valores medios y desviación típicas se muestran en el cuadro 7 para cada uno de los cuatro efectos. Los términos de error por sector se han obtenido como un porcentaje respecto al efecto total, es decir, $100\varepsilon_i(.)/\Delta w_i$ para el caso de la descomposición de los costes laborales. Sus medias y desviaciones típicas también se recogen en este cuadro.

Cuadro 7
DESCOMPOSICIONES APROXIMADAS

	Costes laborales		Importaciones	
	Media	**Desv. típica**	**Media**	**Desv. típica**
$\frac{100r_i}{\mu_i}$				
$\Delta\hat{t}$[a]	28,5	17,5	28,4	17,6
Δ**L**	39,6	33,8	36,6	38,9
Δ**B**	52,7	185,7	44,2	114,3
Δ**f**	17,1	16,3	24,7	27,1
$\left[\frac{100\varepsilon_i(.)}{\Delta T_i}\right]$[b]				
$\varepsilon(0)$	25,4	76,3	59,3	187,3
$\varepsilon(1)$	23,1	67,6	55,6	166,3
$\varepsilon(^1/_2)$	1,5	4,7	2,9	11,5

[a] $\Delta\hat{t}$ es $\Delta\hat{u}$ en el caso de los costes laborales y $\Delta\hat{v}$ en el caso de las importaciones.

[b] ΔT_i es Δw_i en el caso de los costes laborales y Δm_i en el caso de las importaciones.

Las cifras muestran elevadas diferencias entre los efectos obtenidos de ponderaciones en el primer año y en el último año. Además los errores son substanciales. Si bien las medias son algo sugestivas. Debe mencionarse que en caso de utilizar medias ponderadas de los en valor absoluto, empleando $|\Delta w_i|$ como pesos, son substancialmente menores. Para la descomposición de los costes laborales, se obtiene medias ponderadas de 11,2% para $\varepsilon(0)$, 11,7% para $\varepsilon(1)$ y 0,4% para $\varepsilon(^1/_2)$, siendo estos valores de 18,7%, 19,1% y 0,9% respectivamente para la descomposición de las importaciones. Las diferencias entre las medias ponderadas y las medias recogidas en el cuadro 7 sugieren que los errores porcentuales por sector más elevados (en valor absoluto) corresponden a sectores en los que Δw_i y Δm_i son relativamente pequeños. En contraposición a las descomposiciones (17) y (18), los resultados de la descomposición media (20) presentan un buen comportamiento: la mayoría de los sectores muestran errores absolutos muy reducidos. Por ejemplo, para la descomposición de cambios en los costes laborales, había 211 sectores para los cuales $\Delta w_i \neq 0$. De éstos, 179 tenían un error absoluto menor del 2% y solamente 5 mayor del 10%, siendo el mayor error obtenido del 58,4%.

En lugar de emplear la media de los efectos obtenidos con ponderaciones del primer y último año se podrían calcular los efectos obtenidos a partir de ponderaciones en años intermedios, es decir, se podría emplear la ecuación (19) en lugar de la (20). El cuadro 8 analiza las diferencias entre estas dos alternativas. Con este propósito, se han calculado ratios que comparan los efectos obtenidos por ambas ecuaciones para cada sector, resultando que los resultados son muy similares, puesto que los ratios están muy cercanos a la unidad. En el cuadro 8, esto se refleja en un ratio medio que toma valor 100 aproximadamente con una reducida desviación típica[17].

El cuadro 8 también muestra como la descomposición (19) es prácticamente exacta: para la descomposición de los costes laborales el error medio es menor del 1% y el error medio ponderado es del 0,2%. Para los 211 sectores en los que $\Delta wi \neq 0$, al menos 197 tenían un error absoluto ϕ ($^1/_2$) menor del 2%, mientras que solamente en 2 sectores este error era superior al 10%. Los resultados obtenidos para la descomposición de variaciones en las importaciones muestran un panorama similar.

Cuadro 8
DESCOMPOSICIÓN APROXIMADA CON PONDERACIONES EN AÑOS INTERMEDIOS

	Costes laborales		Importaciones	
	Media	**Desv. típica**	**Media**	**Desv. típica**
$100\left\lvert\frac{\mu_i^{(19)}}{\mu_i^{(20)}}\right\rvert$				
$\Delta\hat{t}^{a}$	100,05	1,37	100,06	1,37
Δ**L**	99,56	3,2	100,6	3,19
Δ**B**	101,03	16	101,24	7,66
Δ**f**	100,31	1,35	100,12	3,48
$\left[\frac{100\phi_i(.)}{\Delta T_i}\right]^{b}$	0,75	2,36	1,45	5,75

[a] $\Delta\hat{t}$ es $\Delta\hat{u}$ en el caso de los costes laborales y $\Delta\hat{v}$ en el caso de las importaciones.

[b] ΔT_i es Δw_i en el caso de los costes laborales y Δm_i en el caso de las importaciones.

(17) La desviación típica relativamente grande para el efecto Δ**B** en la descomposición del cambio en los costes laborales por sector está causada por un solo sector con un efecto Δ**B** muy pequeño, tanto en la ecuación (19) como en la (20).

El problema básico en la aplicación de técnicas de descomposición consiste en encontrar unas ponderaciones apropiadas. En las descomposiciones exhaustivas de las secciones 2 y 3, cada efecto es ponderado de forma diferente. Por ejemplo, en la ecuación (13), el efecto $\Delta\hat{\mathbf{u}}$ tiene una ponderación diferente a la que se le aplica al efecto $\Delta\mathbf{f}$. Además, en el caso general de descomposiciones exhaustivas existen *n!* soluciones equivalentes y aunque las descomposiciones aproximadas parecen resolver este problema, esto ocurre sólo a primera vista. Los resultados del cuadro 7 muestran como emplear como ponderaciones tanto el primer como el último año ocasionan errores importantes. Sin embargo, estos errores prácticamente desaparecen cuando se trabaja con descomposiciones intermedias o cuando se aplica una estructura de ponderaciones temporales basada en periodos intermedios. Desde un punto de vista intuitivo, este resultado es muy interesante pues la descomposición aproximada que aparece en la ecuación (19) es casi exacta y tiene el atractivo de que se aplica el mismo tipo de ponderaciones a todos los efectos. Debe recordarse, sin embargo, que usar la descomposición (19) solamente oculta el problema de la gran variabilidad en los resultados de una descomposición exacta, tal como se muestra en la aplicación recogida en la sección anterior. Por tanto, en el mejor de los casos la descomposición aproximada (19) puede entenderse como una alternativa a las 24 (o *n!* en el caso general) descomposiciones exhaustivas.

5. Conclusiones

En este artículo se estudia el problema de la ausencia de una solución única para descomponer el cambio en una variable (pudiendo ser también un vector o matriz) en las variaciones en sus determinantes. En el caso más sencillo con únicamente dos determinantes, el problema se resuelve habitualmente mediante la solución *ad hoc* de promediar las dos descomposiciones posibles. Los resultados obtenidos tienen la ventaja intuitiva de que para los dos factores se aplican las mismas ponderaciones basadas en periodos intermedios. Desde nuestro punto de vista, esta solución simple e intuitiva ha desviado la atención de la gravedad potencial del problema de ausencia de unicidad en las descomposiciones. Esto se debe a que en el caso general con *n* determinantes existen *n!* formas de descomposición equivalentes y no se dispone de una única solución *ad hoc* con las mismas "buenas" características de las del caso sencillo en el que sólo hay dos factores.

Para evaluar la cuantía de este problema, se ha llevado a cabo una aplicación empírica para Holanda empleando las tablas IO de 1986 y 1992 a 214 sectores, descomponiendo las variaciones registradas en los costes laborales y las importaciones por sector en diferentes efectos. Se han obtenido los resultados para las 4! = 24 descomposiciones exhaustivas, observándose una variabilidad considerable. Por tanto, las conclusiones acerca de la importancia de un factor específico dependerá en gran medida de la forma de descomposición elegida a tal efecto. Puesto que el objetivo último es el de cuantificar el efecto de cada uno de los factores, esta elevada sensibilidad respecto a la forma de descomposición elegida arroja dudas sobre el sentido que tiene la aplicación de técnicas SDA. Los resultados obtenidos acerca de fuerte variabilidad no se ven afectados por el grado de agregación sectorial considerado, si no que solamente se muestra un ligero decrecimiento en la variabilidad a medida que se incrementa la agregación.

A continuación, se han analizado las dos soluciones *ad hoc* que se han propuesto habitualmente en la literatura para solventar el problema de no unicidad: calcular la media de las dos descomposiciones polares o emplear los resultados obtenidos de aplicar como ponderaciones periodos intermedios. Debe recordarse que en el caso más simple de sólo dos factores ambas soluciones son la misma. Sin embargo, en el caso general con n determinantes, la media de las descomposiciones polares no resulta una forma de descomposición con una estructura de ponderaciones ni sencilla ni intuitiva (a menos que $n = 2$, claro está). Por otro lado, el resultado de aplicar como ponderaciones periodos intermedios es una solución no exhaustiva o aproximada (es decir, la suma de todos los efectos no coincide con el 100% del cambio en la variable, a no ser que nuevamente $n = 2$).

La comparación de la media de las descomposiciones polares con la media de todas las 24 formas de descomposición exhaustivas mostró que los resultados de ambos enfoques eran extremadamente similares, incluso a nivel sectorial. Sin embargo, el análisis de sus rangos obtuvo valores muy diferentes entre sí: para uno de los cuatro efectos considerados, se obtuvo que en el 34% de los sectores ambos rangos eran iguales, mientras que en el 30% de ellos el ratio entre ambos rangos era menor de 0,5. Para otro efecto, no obstante, los porcentajes respectivos fueron del 8% y 51%.

Los resultados de las descomposiciones aproximadas (para las cuales tampoco existe una única solución) muestran que cuando se aplican como ponderaciones periodos intermedios, la aproximación es casi exacta. Sin embargo, lo que esto indica es que, en el mejor de los casos emplear periodos intermedios a modo de ponderaciones supone otra alternativa más a las $n!$ descomposiciones exhaustivas posibles.

La aplicación de las técnicas de descomposición estructural pueden ser llevadas a cabo por medio de varias formas de cálculo que son diferentes entre sí pero equivalentes en el sentido de que para ninguna de ellas existen razones teóricas para preferirla a la otras. Puesto que las soluciones *ad hoc* para esta falta de unicidad empleadas habitualmente en la literatura no son satisfactorias en los casos en los que tenemos más de dos factores, proponemos como alternativa el cálculo de un promedio. No obstante, dado que se observa como los resultados pueden diferir enormemente entre las diferentes formas de descomposición, nuestra opinión es que el rango (o la desviación típica) también proporciona información relevante. Por tanto, nuestra sugerencia es que en los trabajos en los que se lleven a cabo análisis empíricos, tanto los efectos medios como los rangos (o desviaciones típicas) sean facilitados.

Referencias bibliográficas

Afrasiabi, A. y Casler, S. D. (1991): "Product-mix and technological change within the Leontief inverse", *Journal of Regional Science*, vol. 31, nº 1, pp. 147-160.

Barker, T. (1990): "Sources of structural change for the UK service industries 1979-84", *Economic Systems Research*, vol. 2, nº 2, pp. 173-183.

Bernard, A. B. y Jones, C. I. (1996): "Productivity across industries and countries: time series theory and evidence", *Review of Economics and Statistics*, vol. 78, nº 1, febrero, pp. 135-146.

Carter, A. P. (1970): *Structural Change in the American Economy*, Harvard University Press, Cambridge.

Chenery, H. B.; Shishido, S. y Watanabe, T. (1962): "The pattern of Japanese growth, 1914-1954", *Econometrica*, vol. 30, nº 1, enero, pp. 98-139.

Denison, E. F. (1974): *Accounting for United States Economic Growth 1929-1969*, The Brookings Institution, Washington.

Denison, E. F. (1985): *Trends in American Economic Growth 1929-1982*, The Brookings Institution, Washington.

Dietzenbacher, E. y Los, B. (1997): "Analyzing Decomposition Analyses, en Simonovits, A. y Steenge, A. E. (eds.), *Prices, Growth and Cycles*, Macmillan, Londres, pp.108-131.

Dollar, D. y Wolff, E. N. (1988): "Convergence of industry labour productivity among advanced economies, 1963-82", *Review of Economics and Statistics*, vol. 70, nº 4, pp. 549-558.

Dollar, D. y Wolff, E. N. (1993): *Competitiveness, Convergence, and International Specialization*, MIT Press, Cambridge.

Feldman, S. J.; McClain, D. y Palmer, K. (1987): "Sources of structural change in the United States, 1963-78: an input-output perspective", *Review of Economics and Statistics*, vol. 69, nº 3, pp. 503-510.

Fontela, E. (1989): "Industrial structures and economic growth: an input-output perspective", *Economic Systems Research*, vol. 1, nº 1, pp. 45-52.

Forasell, O. (1990): "The input-output framework for analysing changes in the use of labour by education levels", *Economic Systems Research*, vol. 2, nº 4, pp. 363-376.

Fromm, G. (1968): "*Comment* on Vaccara and Simon", en Kendrick, J. W. (ed.), *The Industrial Composition of Income and Product*, Columbia University Press, Nueva York, pp. 59-66

Fujimagari, D. (1989): "The sources of change in Canadian industry output", *Economic Systems Research*, vol. 1, nº 2, pp. 187-201.

Galamn, M. (1988): "Technical change and the measurement of productivity in an input-output model", *Journal of Macroeconomics*, vol. 10, n º 4, otoño, pp. 613-632.

Kanemitsu, H. y Ohnishi, H. (1989): "An input-output analysis of technological changes in the Japanese economy: 1970-1980", en Miller, R. E.; Polenske, K. R y Rose, A. Z. (eds.), *Frontiers of Input-Output Analysis*, Oxford University Press, Nueva York, pp. 308-323.

Kendrick, J. W. (1961): *Productivity Trends in the United States*, Princeton University Press, Princeton.

Leontief, W. (1953): "Structural change", en Leontief, W. *et al.* (eds), *Studies in the Structure of the American Economy*, Oxford University Press, Nueva York, pp. 17-52.

Leontief, W. y Ford, D. (1972): "Air pollution and the economic structure: empirical results of input-output computations", en Brody, A. y Carter, A. P. (eds.), *Input-Output Techniques,* Amsterdam, North-Holland, pp. 9-30.

Lin, X. y Polenske, K. R. (1995): "Input-output anatomy of China's energy use changes in the 1980s", *Economic Systems Research*, vol. 7, nº 1, pp. 67-84.

Oosterhaven, J. (1981): *Interregional Input-Output Analysis and Dutch Regional Policy Problems*, Aldershot, Gower.

Oosterhaven, J.; Hoen, A. R. y Van der Linden, J. A. (1995): "Technology, trade and real value added growth of EC countries, 1975-1985", paper presented at the *11th International Conference on Input-Output Techniques*, Nueva Delhy.

Rose, A. y Casler, S. (1996): "Input-output structural decomposition analysis: a critical appraisal", *Economic Systems Research*, vol. 8, nº 1, pp. 33-62.

Rose, A. y Miernyk, W. (1989): "Input-output analysis: the first fifty years", *Economic Systems Research*, vol. 1, nº 2, pp. 229-271.

Schumann, J. (1994): "Does it make sense to apply the static open input-output model for imputation and structural decomposition?", *Economic Systems Research*, vol. 6, nº 2, pp. 171-178.

Skolka, J. (1989): "Input-output structural decomposition analysis for Austria", *Journal of Policy Modelling*, vol. 11, nº 1, pp. 45-66.

Solow, R. M. (1957): "Technical change and the aggregate production function", *Review of Economics and Statistics*, vol. 39, nº 3, pp. 312-320.

Staglin, R. y Wessels, H. (1972): "Intertemporal analysis of structural change in the German economy", en Brody, A. y Carter, A. P. (eds.), *Input-Output Techniques*, Amsterdam, North-Holland, pp. 370-392.

Statistics Netherlands (1995): *National Accounts 1994*, SDU Publishers, The Hague (en holandés).

Statistics Netherlands (1996): *National Accounts of the Netherlands 1995*, SDU Publishers, The Hague.

Vaccara, B. N. y Simon, N. W. (1968): "Factors affecting postwar industrial composition of real product", en Kendrick, J. W. (ed.), *The Industrial Composition of Income and Product*, Columbia University Press, Nueva York, pp. 19-58.

Wolff, E. N. (1985): "Industrial composition, interindustry effects, and the U.S. productivity slowdown", *Review of Economics and Statistics*, vol. 67, nº 2, pp. 268-277.

Wolff, E. N. (1994): "Productivity measurement within an input-output framework", *Regional Science and Urban Economics*, vol. 24, nº 1, pp. 75-92.

Wolff, E. N. y Howell, D. R. (1989): "Labour quality and productivity growth in the United States: an input-output growth-accounting framework", en Miller, R. E.; Polenske, K. R. y Rose, A. Z. (eds.), *Frontiers of Input-Output Analysis*, Oxford University Press, Nueva York, pp. 148-162.

ABSTRACT

Structural decomposition techniques are widely used to break down the growth in some variable into the changes in its determinants. In this paper, we discuss the problems cause by the existence of a multitude of equivalent decomposition forms which are used to measure the contribution of a specific determinant. Although it is well known that structural decompositions are not unique, the extent of the problem and its consequences seem to have been largely neglected. In an empirical analysis for The Netherlands between 1986 and 1992, results are calculated for 24 equivalent decomposition forms. The outcomes exhibit a large degree of variability across the different forms. We also examine the two approaches that have been used predominantly in the literature. The average of the two so-called polar decompositions appears to be remarkably close to the average of the full set of 24 decompositions. The approximate decomposition with mid-point weights appears to be almost exact. Although this last alternative might seem a solution to the problem of the marked sensitivity, in fact, it only conceals the problem.

Key words: decomposition techniques, input-output framework, sensitivity analysis.