RETROSPECTIVA HISTÓRICA: UNA EXPLICACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS DESDE EL PASADO

Santiago Atrio Cerezo[1]
Felipe Bandera de la Riva[2]
Juan Carlos Sánchez Huete[3]

Resumen

¿Cómo enseñó geometría Platón a Aristóteles? ¿Pueden nuestros antepasados ayudarnos en la tarea de hacer pensar a los alumnos actuales? No sabemos responder a estas preguntas, pero la experiencia desarrollada en el CES Don BOSCO de Madrid, con alumnos de magisterio y en el colegio Salesiano San Juan Bautista de Madrid, nos indica que sí. En el siguiente artículo, exponemos algunos ejemplos y recursos del aula, haciendo una reflexión sobre las importantes posibilidades que esta metodología tiene para nosotros.

Abstract

How did Plato teach geometry to Aristotle? Can our ancestrors help us in our task of making our students think? We cannot answer these questions, but the experience carried out in the Higher Studies Centre *Don Bosco* of Madrid with students from this college and also from *San Juan Bautista* school of Madrid demonstrate it is actually possible. In the following article we show up some samples and resources for the class and at the same time we think over the great possibilities that this methodology offers to us.

Tratemos de conservar en nosotros, aunque usemos los nuevos métodos, la imaginación geométrica de los antiguos griegos, que será esencial para nosotros cuando no se trate de aplicar unas reglas sino de descubrir y crear otras nuevas.[1]

En este artículo se desarrolla una experiencia didáctica aplicada en alumnos del primer curso de magisterio del C.E.S. “Don Bosco” de Madrid (España). Con esta experiencia se pretende redescubrir una faceta de las Matemáticas, en parte abandonada en el currículum del anterior sistema educativo: la Geometría. Como contenido educativo, aparecía en los libros de texto al final del temario y esto suponía, o impartirlo de pasada o bien posponerlo para el curso académico siguiente. En 1990, la reforma del sistema educativo español confiere una importancia capital a estos contenidos, basada en su interés cultural, humanístico y didáctico y, sobre todo, con el fin de que los alumnos encuentren recursos agradables en el aprendizaje de esta materia.
Empezamos con una propuesta desconocida para los alumnos: Una bonita propiedad de los cuadriláteros (figura plana de cuatro lados rectos), muy sencilla y menos citada de lo que sería deseable. Afirma que si se unen los puntos medios de los lados de un cuadrilátero cualquiera, se obtiene siempre un paralelogramo, cuya área es, además, la mitad que la del cuadrilátero inicial.
¿Serían capaces de comprobarlo? Tras un rato de enconadas discusiones, generalmente algebraicas, el desánimo cunde entre nuestros alumnos, a pesar de lo fácil de la solución geométrica.

La autoría del resultado es de Varignon (1654-1722), pero podía haber sido firmado por el mismo Tales de Mileto[10].

1.- INTRODUCCIÓN

[1] Arquitecto Superior por la UPM.

[2] Licenciado en Ciencias Exactas por la UCM, licenciado en Teología por la UPS, ambos pertenecientes al área de CIENCIAS del CES Don BOSCO.
[3] Diplomado en Prof. de EGB, maestro en Educación Física, Licenciado en Filosofía y Ciencias de la Educación y doctor en Ciencias de la Educación por la UCM, pertenece al área de PEDAGOGÏA del mismo CES.

El objetivo de este artículo es hallar una forma, sin excluir que existan otras, de calcular dicha área que resulte diferente al método basado en la lección magistral. Su conocimiento nos permite desarrollar nuestras clases con más recursos.
Desde una perspectiva histórica, la enseñanza de las Matemáticas ofrece algunas ventajas:
I.¿Quién o quiénes inventaron las matemáticas? Pregunta difícil de responder y que, quizás, no resulte interesante para nuestra asignatura y, por supuesto, para nuestros alumnos. Lo que sí puede presentarse como un punto importante de reflexión, es la evolución del razonamiento humano a través de la historia. Los problemas no han nacido en nuestro siglo de unos textos escolares relativamente novedosos. El hombre viene enfrentándose a múltiples problemas de la vida cotidiana desde los principios de las agrupaciones sociales. ¿Cómo se afrontaron dichos problemas? ¿Cómo los solucionaron? ¿Qué medios utilizaron? ¿Cómo evolucionaron dichas metodologías?... Preguntas que acercan al alumno a estrategias y planteamientos mucho más efectivos o, al menos, diferentes.
II.Los alumnos han de descubrir que las herramientas ofrecidas no han sido descubiertas por arte de un sabio erudito y autodidacta, por un genio. Son evoluciones lógicas de unos planteamientos antiguos que nos permiten mejorar sustancialmente la resolución de dichos problemas. Entonces ¿para qué enseñar dichos planteamientos?
III.No se trata de enseñar historia de las Matemáticas, o al menos no es el objetivo. La metodología histórica pretende enseñar Matemáticas desde su génesis. Así, la Aritmética nos debería introducir en sistemas de numeración distintos al nuestro, no sólo en la forma de escritura de los números, como puede ser el sistema jeroglífico egipcio, o el sistema romano, sino en aspectos diferentes como la medición del tiempo (sistema sexagesimal sumerio), lenguaje computacional (sistema binario).
IV.Enseñar desde la historia presenta un inconveniente: su conocimiento previo. Pero para alguien empeñado en mejorar la calidad de su enseñanza y comprometido en atender las diversas demandas de sus alumnos, este punto no ha de resultar especialmente difícil, sobre todo si disponemos de bibliografía adecuada.
V.Por último invitarles a conocer esta historia que descubrirá a los alumnos nuestras raíces, no sólo culturales, sino también las del razonamiento.

2.- LA GEOMETRÍA EN LA EDUCACIÓN OBLIGATORIA

En el prefacio a su trabajo sobre la arquitectura, Vitrubio cuenta la siguiente anécdota: *Aristipo, un seguidor o alumno de Sócrates, va a parar, tras un naufragio, a orillas de la isla de Rodas. Allí encuentra dibujadas en la arena unas figuras geométricas, e inmediatamente* se dirige a sus compañeros exclamando con alegría: "¡Ánimo, que veo huellas de hombre!"[2]
Esta anécdota de 400 años a. C. es muy ilustrativa de la importancia de la geometría y, sobre todo lo es más, si pensamos que las sondas espaciales enviadas a los confines del universo, van equipadas con mensajes muy parecidos, para que otras civilizaciones sepan de nuestra presencia.
La educación obligatoria de nuestro actual sistema educativo no presenta, en el campo de la Geometría, esenciales descubrimientos posteriores a los desarrollados por la civilización griega y sus antecesores, babilonios y egipcios. Estos pueblos no conocían un álgebra tal y como la concebimos en la actualidad y, aún así, desarrollaron todos los conocimientos geométricos que podemos incluir en nuestras matemáticas obligatorias.
Es más, exceptuando la representación de funciones en el plano bidimensional cartesiano y la estadística y probabilidad, podría afirmarse que el resto de estas matemáticas ya eran dominadas por nuestros antepasados, 300 años antes de Cristo. En el siguiente punto desarrollamos un ejemplo ilustrativo de la evolución del pensamiento matemático.

3.- TEOREMA DE PITÁGORAS. EXPLICACIÓN HISTÓRICA. MÉTODO DEDUCTIVO.

Este teorema constituye un contenido del currículum escolar desde la institucionalización de la Escuela, en el mundo grecorromano, cuando se especializaron los agentes educativos y comenzaron a vivir de ella, dedicándose exclusivamente a la enseñanza: los sofistas, los primeros "trabajadores" de la enseñanza (Lerena, 1985). El quadrivium no se podría entender sin la Geometría y, ésta, sin la enseñanza de dicho teorema.
Es imposible hablar de distancias, de vectores, etc. en el campo de las Matemáticas sin conocerlo. También es inconcebible entender lo que son las magnitudes vectoriales, en el ámbito de la Física, sin comprender la relación pitagórica.
Año 4.000 a. C., en una región seca, sólo próspera en los márgenes del río Nilo y sometida a las crecidas incontroladas de éste. Cada cierto tiempo ocurre lo mismo: no hay nubes ni se

presienten tormentas, pero de pronto, el río se desborda, crece y crece sin motivo aparente, inundando todo a su paso y llevándose consigo las exiguas riquezas de los agricultores.
Saben de lo peligroso de las orillas, que deben alejarse de ellas, pero no saben cuándo ni cuánto y, además, un problema peor les inquieta. Son arrendados de los nobles y de los sacerdotes y, después de la inundación, ¿quién les devolverá su parcela de terreno cultivable? Los símbolos que defendían las parcelas desaparecen con la riada y no les causa más que discusiones repetitivas y sin solución.

¿Cómo resolver este problema? ¿Cuál es su relación con el teorema de Pitágoras?
El problema es doble. El primer enigma lo descubrieron los sacerdotes egipcios fijándose en algún detalle que les avisase de la crecida del río. Año tras año observaron la naturaleza que les rodeaba hasta que, tras muchas conjeturas fallidas, una se cumplió: la salida helicoidal de Sirio[3] marcaba el comienzo del periodo de inundaciones; es decir, cuando Sirio aparecía en el horizonte antes que el sol. De esta forma los sacerdotes podían advertir a los campesinos para que abandonasen sus tierras de labor, alejándose del río.

El segundo problema es más complicado. La tierra es del templo, pero cada agricultor debe percibir la misma superficie de terreno que estipulen las escrituras o los acuerdos con su propietario. Aparece, no se sabe cómo, la “cuerda del agrimensor”[4] . Los tensadores de cuerda, como los denominó Herodoto, son junto con escribas y sacerdotes, los únicos que podían dividir la superficie en cuanto que las aguas se retiraban de los campos, asignando a cada propietario una parcela del mismo tamaño que la del año anterior. Su localización no resultaba tan importante, pues el río repartía equitativamente sus limos por toda la tierra inundada. ¿Cuál era el procedimiento?

Una cuerda separada en 12 partes iguales, formando un triángulo de 3, 4 y 5 partes iguales, resolvía una forma con un ángulo recto en el vértice entre el lado 3 y el lado 4.
Es probable desconocieran la razón y, parece comprobado, que no utilizaron otras ternas Pitagóricas; lo cierto es que esta metodología permite la construcción del primer triángulo rectángulo de la historia y la definición completa de sus lados y ángulos. Los triángulos son las únicas figuras planas que cumplen esta propiedad: *"a lados iguales áreas iguales"*. Esta propiedad es fundamental para resolver todos los cálculos de superficies por triangulación.
De esta ingeniosa forma repartían los terrenos con exactitud y legalidad, resolviendo la segunda parte de la pregunta. Pero los prácticos egipcios no se preocupan por saber la razón de esta misteriosa relación. Los pueblos mesopotámicos, antes que ellos, encontraron muchas ternas pitagóricas y desconocemos la utilidad que las dieron, si es que la tuvo. ¿Cómo lo hicieron? ¿Cómo consiguieron definirlas? El método de hallar estas ternas se desconoce, pero que existía y era de uso común es evidente, pues resulta difícil encontrar ternas como 4961, 6480 y 8161, que cumplan el teorema de Pitágoras[5]. Sobre este punto podemos indicar que existen dos teorías sobre la interpretación de los contenidos en la tablilla Plimpton 322 (1900-1600 a.C.): una, defendida por Neugebauer [6] y otra la de Bruins [7]. Ambas intentan desvelar la fórmula que daría con las ternas pitagóricas.

Finalmente, en el año 1954 Neugebauer y Sachs publicaron en *Mathematical cuneiform text,* el descifre de la tablilla (Plimpton 322) . En ella aparecen enumerados los triángulos rectángulos con lados cuya medida sea un número entero, o sea, los tríos de números pitagóricos $x^2 + y^2 = z^2$. La reconstrucción del método de su elección conduce, aparentemente, a las fórmulas: $x = p^2 - q^2$; $y = 2pq$; $z = p^2 + q^2$, conocidas en la Teoría de los Números como diofánticas.[8]
Retomemos la cuestión y no nos perdamos, estamos en Educación Primaria y/o Secundaria y, evidentemente, estos conocimientos no son necesarios para estas edades, tan sólo intentan ilustrar parte del desarrollo histórico. El razonamiento griego sí que busca el porqué de las cosas e investiga en este misterioso enigma, basándose en los denominados axiomas (postulados indemostrables y universales).

Pitágoras encontró para un número inicial impar “a”, fórmulas para desarrollar su teorema: “la suma de los cuadrados de los catetos es igual a la hipotenusa al cuadrado”. ($a^2 + b^2 = c^2$)

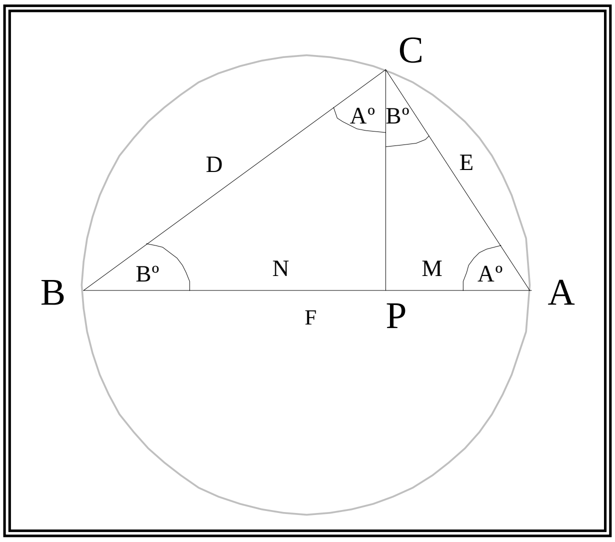
Su discípulo Platón descubrió la fórmula para los números pares: si “2n” es un número par los

$$\boxed{a = 2 \cdot n + 1 \mapsto b = 2 \cdot n^2 + 2 \cdot n \mapsto c = 2 \cdot n^2 + 2 \cdot n + 1}$$

$$\boxed{a = n^2 - 1 \mapsto b = 2 \cdot n \mapsto c = n^2 + 1}$$

tres lados resultarán:

¿Serían nuestros alumnos capaces de demostrar dicho teorema? Es la pregunta que surge en clase y de nuevo el desánimo cunde en los alumnos. Se imaginan soluciones gráficas, como las que más adelante desarrollamos, pero ahora no les pedimos comprobaciones, sino una demostración matemática precisa.
La idea que subyace es que distingan claramente entre demostración y comprobación.
El teorema de Pitágoras, como tal, aparece en la historia sobre el 500 a.C., desarrollado por Pitágoras, o por algún discípulo de su escuela matemática de Crótona, en la actual Italia. Según algunos autores, el mismo Pitágoras conoció la cultura Mesopotámica y la Egipcia, algunos se atreven a pensar que tuvo contactos con China, pues es contemporáneo de Lao-tsé [9] y funda una escuela-secta con características religiosas propias del taoísmo y el budismo. Por cierto, Buda también es contemporáneo de Pitágoras.



Para explicar su teorema son necesarios cimientos dignos del saber griego: los axiomas. Sobre todo los de su predecesor Tales de Mileto[10]. Los axiomas son cinco, siendo el más relevante el que afirma que “todo ángulo inscrito en un semicírculo mide la mitad del arco que abarca”.
A partir de este quinto axioma y, utilizando las relaciones entre lados de triángulos semejantes, demostraremos el teorema de Pitágoras, empleando los tres triángulos semejantes de la figura ABC, BPC y ACP.
Una reflexión sobre este ejercicio nos conduce a descubrir la cantidad de conocimientos esenciales para demostrar este importante teorema.

1. Semejanza de triángulos.
2. Giros, rotaciones y traslaciones en el espacio bidimensional.
3. Axiomas. Dibujo, orden, claridad en el desarrollo razonado del problema.

Como es obvio, esta explicación sólo sería válida para cursos superiores de la educación

$$BCP \Rightarrow \frac{N}{D} = \frac{D}{F} \Leftarrow ABC \Leftrightarrow N \cdot F = D^2$$
$$ACP \Rightarrow \frac{M}{E} = \frac{E}{F} \Leftarrow ABC \Leftrightarrow M \cdot F = E^2$$
$$\left(N + M\right) \cdot F = D^2 + E^2$$
$$F \cdot F = D^2 + E^2 \Rightarrow \left[\left[F^2 = D^2 + E^2\right]\right]$$

secundaria obligatoria. Para cursos previos, resultará esencial conocer la importancia que los conocimientos básicos de Geometría poseen para demostrar teoremas de esta relevancia educativa y, ésta, es la finalidad de este ejemplo. Debemos darnos cuenta de la importancia de conceptos que despreciamos habitualmente por considerarlos demasiado sencillos.
Para explicar este mismo teorema desde otra perspectiva, podemos referirnos al teorema chino de Kay-Ku, que data 1.500 años a.C. y dice: “en todo rectángulo Kay-Ku, es decir con lados Kay y Ku respectivamente, la suma de las áreas de los cuadrados construidos por sus lados es igual al área del cuadrado construido por su diagonal”.

Estos planteamientos nos conducen a poder desarrollar juegos como el TanGram, que ayudan a nuestros alumnos a adquirir una visión espacial bidimensional necesaria para retos mayores.

Estas comprobaciones del teorema de Pitágoras no tienen el rango de demostración, tan sólo podemos aludir a una mera comprobación. Pero de todos modos creemos importante el hecho de no haber hablado todavía de ángulos ni de operaciones con ellos, ni de trigonometría, ni del cálculo de áreas complejas, ni del número pi, ...
Es así porque en la antigüedad, no se hablaba de estos conceptos, pues no se conocían. Han sido posteriores aplicaciones las que, basadas en esos conocimientos, desarrollaron nuevos campos y conceptos. Quizás sea bueno empezar la casa por los cimientos, construir con lentitud, seguridad, sin permitir que nuevos conceptos entierren campos aún no asimilados.

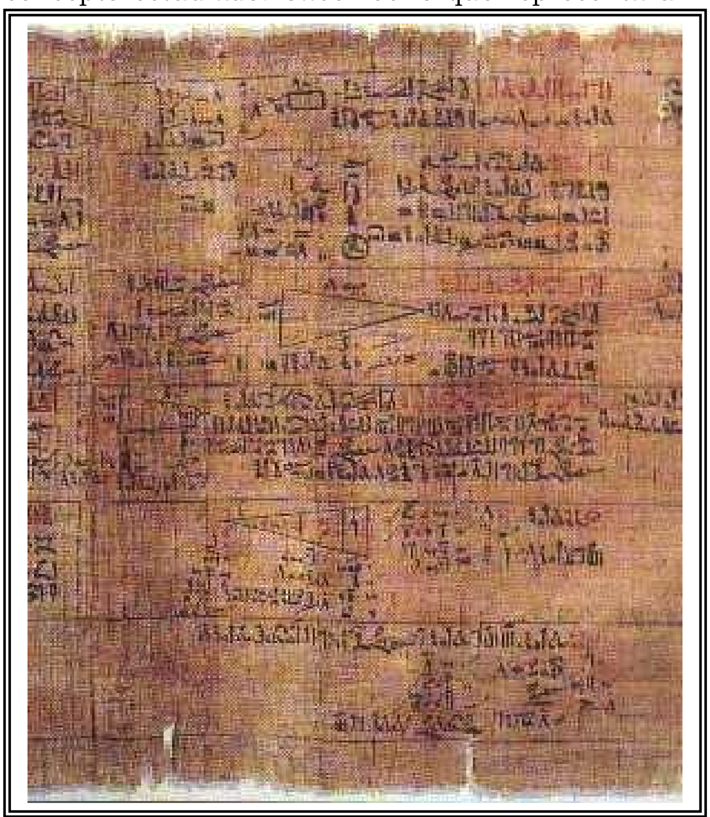
En cursos superiores los alumnos tienen grandes dificultades para operar con triángulos girados en el espacio, presentan innumerables dudas sobre la semejanza de triángulos, desconocen el teorema de Tales y su aplicación práctica. Por otro lado, las operaciones con ángulos, apenas son utilizadas y, en cambio, un boceto a mano alzada de un triángulo, representando de forma aproximada sus ángulos y lados, presenta un problema difícil de resolver.

El ordenador de esta época pasada fue el compás, su pantalla una pizarra y el que nuestros alumnos descubran sus utilidades es vital para crear estructuras mentales válidas para un futuro. Creemos que sólo con la experimentación personal de cada uno de nuestros alumnos, podemos lograr la adquisición completa de estos conceptos.

4.- ¿CÓMO ENSEÑABAN MATEMÁTICAS EN LA ANTIGÜEDAD?

¿Podrías demostrar a qué es igual la suma de un binomio al cuadrado? ¿y una diferencia?
En este punto pretendemos abordar los temas de medida y el cálculo de superficies. Se puede decir que estos eran los principales problemas geométricos de nuestros antepasados y su estudio y resolución lo hicieron los matemáticos.
Sobre la medida es necesario que los alumnos comprendan la diferencia entre las tres dimensiones del espacio natural. La primera dimensión, unidimensional, es en la que nos encontramos cuando hablamos de medida de longitudes y no debe confundirse con la bidimensional, medida de superficies; ni con la tridimensional, medida de volúmenes.

En esta breve historia de las Matemáticas observamos que los pueblos de la antigüedad utilizaban habitualmente las medidas de superficie y volumétricas para los intercambios comerciales. Desde niños, se familiarizaban con estas costumbres y las medidas resultaban esenciales en su vida. En nuestra época, en una sociedad cada vez más tecnificada, las medidas de longitud están constantemente en nuestras conversaciones, pero hablar de superficies y de volúmenes presenta el inconveniente de no tener referencias físicas concretas y, sin ellas, no poseer la idea real del concepto estudiado. Sabemos lo que representa un kilómetro y lo que cuesta hacerlo andando, corriendo o en bicicleta. Sabemos relacionarlo con el tiempo, creando asociaciones espacio-temporales claras y precisas, por ejemplo: cuánto tiempo empleamos en realizar los recorridos anteriores; o en recorrer distancias geográficas en coche.



En cambio, ¿quiénes disponen de una referencia clara de lo que es una hectárea cuando se habla de superficies calcinadas por el fuego?, ¿o la capacidad en metros cúbicos de un determinado contenedor?
El tema del cálculo de superficies es un exponente claro de cómo ha evolucionado el razonamiento matemático en la cultura europea y cómo debemos desarrollarlo con los alumnos.
En Geometría, los egipcios (2000 años a.C.) ya encontraron reglas correctas para calcular el área de triángulos, rectángulos y trapecios, y el volumen de figuras como

ortoedros, cilindros y, por supuesto, pirámides. Para calcular el área de un círculo, los egipcios describen que el área de un cuadrado de lado 8 es igual al área de un círculo de diámetro 9, de esta manera se obtiene un valor muy cercano al de la constante pi (3,14).

Llama la atención el hecho de encontrar inscripciones en las que se calcula el área de figuras cuadrangulares, pertenecientes a campos de cultivo, donde el método empleado es erróneo, y únicamente aproximado en el caso de campos que se aproximan a un rectángulo. Este método, que aparece en los muros del templo de Edfú, consistía en obtener el área de la figura multiplicando entre sí las semisumas de las longitudes de lados opuestos: para calcular el área de un campo de lados (a, b, c, d) siendo (a, b) y (c, d) los lados opuestos se sigue la regla:

$A = [(a+b)/2] * [(c+d)/2]$

¿Es cierta esta afirmación?

Lógicamente la fórmula es exacta para figuras rectangulares, pero cuanto más irregular sea la figura más error se comete. Llama la atención que incluso se utiliza para campos triangulares, en los que se afirma que debe tomarse el lado "d" como "nada". No se puede afirmar que tuviesen una geometría muy avanzada, pues todo se basa en aproximaciones muy groseras a las fórmulas reales.

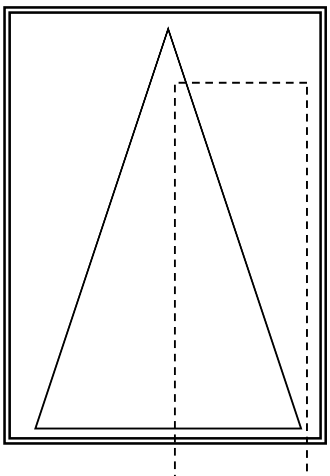
Boyer[11] nos explica como, en casos concretos, esas aproximaciones se transforman al revés en acercamientos muy próximos a la realidad. Así sucede con la siguiente regla: la razón entre el área de un círculo y la longitud de su circunferencia es la misma que entre el área del cuadrado inscrito al círculo y su perímetro. ¿Es esto real?

Las razones de semejanza y proporcionalidad también aparecen en el siglo XIII a.C., con los dibujos que aparecen en las paredes de la tumba de Seti I, figuras similares de dimensiones diferentes.

El encabezado del texto jeroglífico del papiro de Ahmes o de Rhind, comienza con la siguiente sentencia: "Directrices para obtener un conocimiento de todas las cosas, inherentes a todo lo que existe, conocimiento de todos los secretos..." Es un papiro de 0,33 x 5,48 m conservado en el British Museum; algunos fragmentos se encuentran en el museo de Brooklyn y contiene uno de los principales legados Matemáticos de la cultura egipcia. El papiro, comprado en 1858 en Luxor por un joven abogado escocés llamado Henry Rhind, fue escrito por el escriba Ahmes hacia el año 1650 a. C., y exhumado en Tebas en 1855. Contiene ochenta y cinco problemas redactados en escritura hierática, colección que debía de servir como manual práctico para los no iniciados. Este texto, según Ahmes, es una copia de un texto anterior (200-1800) y algunos elementos proceden, quizá, de periodos aún más antiguos.

En el papiro Ahmes vemos que el cálculo de áreas tiende a emplear la conversión de la figura a analizar en "algo parecido a una figura conocida", que permita llegar al área buscada. Un sistema de cálculos parciales cuya suma resulte el área de la figura inicial. Veremos este método en el cálculo del área del círculo. Sea quizás, un primer paso hacia la demostración geométrica y un intento de encontrar las relaciones mutuas entre figuras geométricas; pero se quedó ahí, en un primer paso al que nunca se le ha dado la importancia que tiene. Por este método se justifica el cálculo del área de un triángulo isósceles.

Problema 51.

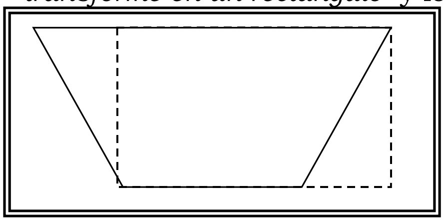


Según Ahmes debe dividirse la mitad de la base y multiplicarlo por la altura. Lógicamente el escriba no emplea los términos base, altura o isósceles para expresarse, pero por la figura y la explicación que da se trata de un triángulo isósceles. Ahmes justifica este cálculo afirmando que puede considerarse el triángulo de partida formado por dos triángulos rectángulos, de manera que el desplazamiento de uno de ellos da lugar a un rectángulo con lado de base la mitad y la misma altura que el triángulo de partida.

Curiosamente Ahmes describe el triángulo como "*un pedazo de tierra de una cierta anchura en un extremo y que llega a un punto*". Realmente resulta difícil, con una definición así, pueda determinarse el área de la figura. Cuando Ahmes habla de altura no emplea mas que un término genérico llamado "*linea*", afirmando que debe multiplicarse la base por la "*linea*".

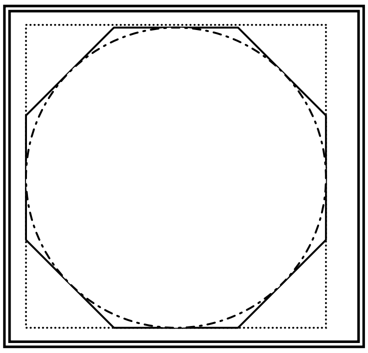
No tenemos claro si el escriba quería referirse, con este término, a la altura del triángulo o a un lado, aunque por los cálculos que aparecen en otros problemas parece más bien esto último. Pero hay que plantearse qué se podía considerar base y qué era lado. El

error es grande si consideramos un triángulo isósceles, pero en el caso de triángulos con todos los lados diferentes, ¿Qué hacia el escriba?.
El problema 52 del mismo papiro trata sobre el área de un trapecio isósceles de base mayor 6, base menor 4 y distancia 20. Para resolverlo, toma la semisuma de las bases "*de forma que se transforme en un rectángulo*" y lo multiplica por la distancia 20.



Problema 52

Es quizás el cálculo del área del círculo la parte de la geometría de la que más se ha escrito, sin duda por el misterio que rodea al número pi. Según el papiro Rhind (problema número 50) Ahmes acepta que el área de un círculo, de diámetro 9, es el mismo que el del un cuadrado de lado 8. Esto nos lleva a aceptar un valor para pi de 3.1605 ($4(8/9)^2$). Esta es una muy buena aproximación del valor real de 3.1415926.., la cual siempre ha llamado la atención.
Se ha dicho que los egipcios conocían el valor de pi, pero lo cierto es que aunque la aproximación no es mala, es un valor calculado en base a una geometría muy básica. Además hay que tener en cuenta que los egipcios no empleaban pi como una constante.



No sabemos cómo se llegó a esta aproximación, pero se ha considerado que el problema 48 del mismo papiro puede ser la respuesta. Ahmes construye un octógono a partir del cuadrado de lado 9 unidades, dividiendo cada lado en 3 partes y uniendo las esquinas, es decir anulando los 4 triángulos formados en las esquinas. Entonces el área del octógono es aproximada al área del círculo de diámetro 9. Luego el problema 48, es una justificación de la resolución del 50. Esta metodología la encontraremos posteriormente en Arquímedes, buscando una aproximación mejor de nuestro misterioso número pi.

5.- LAS MATEMÁTICAS DESDE LA PERSPECTIVA HISTÓRICA. CONCLUSIÓN

Hablar de Matemáticas en nuestros días es referirnos a números, o lo que es lo mismo, aburrimiento, algo poco práctico, miedo, angustia y fracaso. Tal es la devoción que tenemos por este ídolo (las Matemáticas), que al igual que Hades para los griegos, hermano de Zeus y dios del reino subterráneo, su nombre no se pronuncia para no excitar su cólera.

Lo curioso es que nadie evita pronunciar su nombre en el ámbito de la educación. Incluso aquellos que la odiaron con pasión, la temen hasta tal punto, que la incluyen en su discurso sin saber ni entender sus utilidades y beneficios.
Pero las Matemáticas no nacieron así. Desde que el hombre comenzó a utilizar su mejor destreza, la inteligencia, la resolución de problemas cotidianos ha sido su principal objetivo. Día a día, ha ido mejorando su calidad de vida aprovechándose del razonamiento del que estaba dotado y, sólo así, ha conseguido escribir su historia. Todos los avances tecnológicos, científicos o artísticos se realizan por alguna razón, no por generación espontánea o por intervención de alguna figura relevante y misteriosa dotada de un don especial.

La salida helíaca de Sirio, fue la señal que intuyeron los sacerdotes egipcios para anunciar las inundaciones del Nilo; la repartición de los márgenes tras la retirada de las aguas fue un problema fundamental para cimentar una civilización agrícola y, sobre todo, pacífica. El cálculo de los volúmenes cosechados, los intercambios económicos, los préstamos,..., todas las innovaciones que permitieron el desarrollo de las civilizaciones y de nuestra cultura, son obra de nuestra inteligencia, de nuestra capacidad de pensar y razonar, de nuestro sistema deductivo, de nuestra abstracción.

Es posible que en una sociedad marcada por la tecnología, no entendamos estas aplicaciones más que como recuerdo de un pasado muy lejano, puede que nos enfrentemos al final del desarrollo de esta capacidad por no trabajarla ni valorarla con corrección; incluso que prefiramos vivir en la ignorancia, manejados por entes superiores que dirijan nuestras vidas, en vez de disfrutar con la inmensa emoción sentida al resolver un problema.

Quizás en este punto esté la clave. ¿Quién recuerda con satisfacción y orgullo haberse enfrentado a una complicación, aparentemente imposible, y acertar con el enigma de su resolución? Esto no se aprende en las escuelas, se siente en el corazón y hay profesores que consiguen en sus alumnos tal sensación. Como dice Apostolos Doxiadis en su novela “El tio Petros y la conjetura de Goldbach”, debe ser algo así como el sentimiento místico.
Nos afanamos en las escuelas por enseñar valiosas metodologías algebraicas, en las cuales tropiezan nuestros alumnos y, una y otra vez, año tras año, repetimos las mismas lecciones llegando a la conclusión de que la única manera de enseñarles sería abrirles la cabeza y colocar dentro el manual. Un texto que sigue leyes fijas, procedimientos concretos, formas legisladas y coactivas que no dejan ir más allá de lo establecido. Un manual que les lleva por un camino que puede no terminen, pero muy bien estructurado y secuenciado.

Eso no son Matemáticas, eso no permite que nuestros alumnos sientan lo que pretendemos, pero es muy eficaz para crear un muro infranqueable difícil de derribar. Es lo más nefasto en un proceso educativo, bloquear a un alumno para el resto de su vida, hacerle sentir diferente, privarle del enorme placer que supone hacer trabajar al cerebro.
Creemos que para enseñar los procedimientos algebraicos básicos, cualquier manual multimedia puede ser suficiente; para emocionar y dejar abierta la puerta del aprendizaje sólo un buen profesional, ilusionado con las Matemáticas, con un inmenso amor y dedicación por sus alumnos, está en disposición de conseguirlo.

No se necesitan Matemáticas avanzadas, una simple explicación de un teorema clásico como el de Pitágoras puede ser suficiente. Los griegos desarrollaron sin la ayuda del álgebra toda su matemática, los aspectos de sus demostraciones están basados en la geometría. Sus fundamentos sobre el cálculo de áreas y volúmenes fueron suficientes argumentos para iniciarse en este apasionante mundo matemático y, hoy en día, nuestros alumnos no lo saben.
No estamos por esto en contra de la enseñanza de los modelos algebraicos y, por supuesto, creemos en su absoluta necesidad; tan sólo reflexionamos sobre la conveniencia de captar a nuestros alumnos, no por obligación mercantilista sino por devoción a un proceso mágico, místico, emocionante. La tarea es inmensa, pero el idealismo de la docencia ha de animarnos en este empeño de transmitir, al menos en algún momento del curso, la emoción, el gusto por las Matemáticas.

6.- BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

COLERUS, EGMONT, *Breve historia de las Matemáticas,* Doncel, Madrid, 1972.
Dos volúmenes editados en una colección denominada, “El libro joven de bolsillo”. El primer volumen hace el número 16 de la colección y es el que nos interesa. Una objeción, comienza desde Grecia sin hacer referencias anteriores.

ARGÜELLES RODRÍGUEZ, JUAN, *Historia de las Matemáticas,* AKAL, Madrid, 1989.
Libro bien ilustrado y muy completo, abarca desde la matemática egipcia y mesopotámica hasta nuestros días. Muy fácil de leer y ameno en sus explicaciones, presenta un conjunto de preguntas al final de cada tema, que bajo el título de “Piensa y responde”, interrogan al lector sobre la comprensión de los principales conceptos del desarrollo. Muy recomendable y con mucha aplicación para el aula.

DOXIADIS, APÓSTOLOS, *El tío Petros y la conjetura de Goldbach*, Ediciones B, Barcelona, 2000.
Hermosa novela, digna provocadora de emociones y sentimientos hacia las Matemáticas. Lectura recomendada a profesores y alumnos con inquietudes científicas en cursos de bachillerato.

REY PASTOR, JULIO, *Historia de la Matemática,* Gedisa, Barcelona, 2000.
De nuevo publicada esta interesante obra, sencilla y práctica. Muy condensada y propia de un maestro de esta categoría.

B. BOYER, CARL, *Historia de la Matemática,* Alianza Editorial, Madrid, 1999.
Como texto universitario, una referencia obligada por su profundidad y corrección. Muy amplio con 800 páginas.

IFRAH, GEORGE, *Historia Universal de Las Cifras*, Espasa Calpe S.A., Madrid, 1997.
Capítulo 22. "Sorprendentes realizaciones de la civilización Maya". Este capítulo contiene 60 páginas en las que el autor describe profusamente las formas de numeración de esta civilización

centroamericana. En el resto del libro se atiende a la misma dinámica y resulta más que un libro de consulta un completo manual para especialistas, pues sus 2000 páginas son aptas sólo para enamorados de los números.

7.- NOTAS

---

[1] **LOMBARDO RADICE, LUCIO,** *La Matemática de Pitágoras a Newton,* Laia, Barcelona, 1983, p. 58-59.

[2] **COLERUS, EGMONT,** Breve historia de las Matemáticas, Doncel, Madrid, 1972, 1ª edición, p. 36

[3] **Sirio** (del griego *seirios,* 'cruel'), también llamada Estrella Can, es la estrella más brillante del cielo, situada en la constelación Can Mayor. Muchos templos egipcios se construyeron de forma que la luz de Sirio iluminara las cámaras interiores. La época más calurosa del verano coincide con la salida helíaca de Sirio; por esto se le dio el nombre de canícula a este periodo. La distancia de Sirio a la Tierra es de 8.7 años luz y es, por tanto, una de las estrellas más cercanas. Su brillo se debe, en gran medida, a esta relativa cercanía. Se puede ver desde casi cualquier punto de la Tierra. Su masa es 2.4 veces la del Sol, y la temperatura de su superficie también es superior.

[4] **Agrimensura**, técnica que se basa en la medición de la superficie de las tierras. La invención de la agrimensura se atribuye a los egipcios. Su práctica requiere conocimientos específicos, como jalonar una línea, medir un ángulo, medir distancias entre dos puntos y levantar perpendiculares a lo largo de una línea jalonada. Se ejecuta con ayuda de instrumentos apropiados, tales como jalones, escuadra, cadena de agrimensor, grafómetro y brújula topográfica o declinatoria. Se suelen considerar tres casos principales: 1) terrenos poligonales rectilíneos, que se descomponen en superficies conocidas, como trapecios o triángulos, para poder hallar la superficie total; 2) terrenos poligonales curvilíneos, que se descomponen en figuras pequeñas para poder medir las curvas, como si fueran rectas con un error pequeño; 3) superficies en pendiente, que hay que medirlas referidas a un plano horizontal.

[5] Esta tabla forma parte de la colección Plimpton de la Biblioteca Butler de la Universidad de Columbia. Neugebauer, Otto, “Babylonian mathematics”, Scripta Mathematica, 2, 1939, pp. 312-15.

[7] **BRUINS, E. M.,** “Apercu sur les mathématiques babyloniennes”, Revue d’Histoire des Sciences et Leur Applications, 3, 1950, pp. 301-14.

[8] **RÍBNIKOV, K.,** *Historia de las Matemáticas,* Moscú, Editorial Mir, 1987, p. 30.

[9] **Lao-tsé** o **Laozi** (c. 570-c. 490 a.C.), filósofo chino considerado el fundador del taoísmo. La confusión en torno a su fecha de nacimiento radica en la leyenda según la cual instruyó a Confucio; en realidad, si Lao-tsé existió fue en la persona de un filósofo anónimo del siglo IV a.C. que atribuyó su trabajo a este sabio legendario.

Según la leyenda, Lao-tsé nació en la provincia de Henan y fue un bibliotecario de la corte. Se supone que dejó escrito el *Tao Tê-King* (o *Daodejing,* Libro de la Vía y de la Virtud), el gran tratado filosófico chino, cuando abandonó China para irse a vivir a un lugar desconocido de Occidente. Con mucho, el *Tao Tê-King* es la obra literaria más traducida del chino y tuvo una enorme influencia en el pensamiento y la cultura orientales. Este libro, que cuenta con tan sólo 10.000 caracteres, fue redactado hacia el año 300 a.C. y parece ser una antología que recoge antiguas enseñanzas, aunque la densidad de su estilo sugiere que es obra de un único autor.

[10] **Tales de Mileto** (c. 625-c. 546 a.C.), filósofo griego nacido en Mileto (Asia Menor). Fue el fundador de la filosofía griega, y está considerado como uno de los Siete Sabios de Grecia. Tales llegó a ser famoso por sus conocimientos de astronomía después de predecir el eclipse de sol que ocurrió el 28 de mayo del 585 a.C. Se dice también que introdujo la geometría en Grecia. Según Tales, el principio original de todas las cosas es el agua, de la que todo procede y a la que todo vuelve otra vez. Antes de Tales, las explicaciones del universo eran mitológicas, y su interés por la sustancia física básica del mundo marca el nacimiento del pensamiento

científico. Tales no dejó escritos; el conocimiento que se tiene de él procede de lo que se cuenta en la *Metafísica* de Aristóteles.

[11] **BOYER, CARL B.,** *Historia de la Matemática.* Alianza Editorial, Barcelona, 1999.