Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa
Vol. 2, N°1, 1996, pp. 85-96

ACOTACIONES A LA DIFERENCIA ENTRE LOS VALORES DE LAS OPCIONES DE COMPRA Y VENTA AMERICANAS

Llerena Garrés, F.
Universitat Rovira y Virgili

RESUMEN:

En el presente trabajo se generaliza la relación de paridad a las opciones americanas y europeas sobre acciones, bajo cualquier política discreta de dividendos, estableciendo los límites en que debe moverse, como condición necesaria para evitar cualquier posibilidad de arbitraje, la diferencia entre los valores de dichas opciones.

PALABRAS CLAVE: Arbitraje. Dominación. Activo neto de dividendos. Opción americana. Opción europea.

INTRODUCCIÓN

Merton (1973 p. 69 ICE) demostró, suponiendo individuos no saciables (1), que existe una relación lineal entre los valores de opciones de compra y de venta europeas sobre un mismo activo que no paga dividendos (2) durante la vida de aquéllas (relación de paridad). Esta relación se establece sin hacer supuestos distribucionales sobre la dinámica del valor del activo subyacente.

Por su parte, Augros (1985 pp. 83-86) extendió la equivalencia anteriora las opciones americanas en el caso de que se distribuya un único dividendo conocido durante la vida de la opción. El objetivo de este trabajo es ampliar este resultado a las opciones americanas y europeas sobre acciones, bajo cualquier política discreta de dividendos.

GENERALIZACIÓN DE LA RELACIÓN DE PARIDAD

Hipótesis

El marco teórico desde el que se deduce la relación de paridad permite establecer una equivalencia entre la existencia de valores dominados (3) y la existencia de una situación de arbitraje (4); es decir, se suponen mercados perfectos, en los que no existen costes de transacción, ni impuestos y se puede tomar prestado y vender al descubierto sin restricción. Adicionalmente, también supondremos que los tipos de interés para prestar y tomar prestado coinciden.

Notación

Utilizaremos los siguientes símbolos:

$f(t_j, t_i)$ = valor en t_i de un bono sin riesgo que paga 1 u.m. en t_j, con $t_i \leq t_j$.

$f(t_j, t_i)$ cumple las propiedades del factor financiero.

D_i= pago o dividendo del activo subyacente en t_i, $i=1,2,...,n$.

v_i= valor en t_i del activo subyacente.
v_i^-= valor del activo subyacente inmediatamente antes del pago D_i (valor *cum* dividendo).
$\alpha_i D_i$= pérdida de valor del activo después del pago i-ésimo.
v_i^+= valor del activo inmediatamente después del pago i-ésimo.
$v_i^+ = v_i^- - \alpha_i D_i$ (valor *ex* dividendo).
t_i^- = momento inmediatamente anterior a t_i.
t_i^+= momento inmediatamente posterior a t_i.
t_0= momento en que se realiza la valoración.
T= fecha límite de ejercicio para las opciones americanas; y fecha de ejercicio para las opciones europeas. $T=t_{n+1}$.
$\tau = T-t_0$.
k= precio de ejercicio de las opciones.
$C_a(v, \tau;k) = C_a$ = valor en τ de la opción de compra americana.
$C(v, \tau;k) = C$ = valor en τ de la opción de compra europea.
$P_a(v, \tau;k)=P_a$= valor en τ de la opción de venta americana.
$P(v, \tau;k) = P$ = valor en τ de la opción de venta europea.

La relación de paridad *(Put-Call parity)*

La relación que se establece, bajo las anteriores hipótesis, entre opciones de compra y de venta europeas sobre un mismo activo subyacente que no paga dividendos durante la vida de aquéllas es la siguiente:

$$C-P = v-kf\,(T,t_0) \tag{1}$$

La demostración se basa en la construcción de dos carteras. La cartera A compuesta por la compra de una opción de compra y la venta de una opción de venta:

$$CA = \{C-P\}$$

y la cartera B formada por la compra del activo subyacente y tomar prestadas k $f(T,t_0)$ u.m. en t_0 con la obligación de devolver k u.m. en T:

$$CB = \{v-kf(T,t_0)\}$$

En la fecha de ejercicio de la opciones, T, las carteras valdrán:
Cartera A:
(i) si $v>k$, ejerceremos la opción de compra: CA=v-k,
(ii) si $\leq$ k, se ejercerá la opción de venta: CA=v-k.

Cartera B:
$CB = v-k\ \forall\, v$.
Como en T los valores de las carteras coinciden, en t_0, y para evitar la dominación, el valor de ambas también tiene que coincidir.

Consideración de los dividendos

Supongamos ahora que el activo subyacente paga n dividendos conocidos durante la vida de las opciones. La extensión de la relación anterior es inmediata:

$$C\text{-}P = v\text{-}kf\,(T,t_0) - \sum_{i=1}^{n} d_i f(t_i,t_0) \tag{2}$$

Demostración:

La demostración es análoga a la anterior. Construyamos dos carteras:

$CA = \{C\text{-}P\}$

y

$$CB = v\text{-}kf(T,t_0) - \sum_{i=1}^{n} d_i f(t_i,t_0)$$

La cartera B está formada por la compra del activo subyacente y la toma de n+1 préstamos de cuantías k $f(T,t_0)$ y d_i $f(t_i\,,\,t_0)$ (i=1,2,...n), en t_0, con devolución de k y d_i u.m. en T y t_i, respectivamente.

Los flujos de la cartera B en t_i $(i \neq n+1)$ son d_i - d_i =0, por el cobro del dividendo menos la devolución del préstamo; en T, el valor de la cartera B es v-k.

Los flujos de la cartera A en $[t_0,T)$ son 0; en T, el valor de la cartera es v-k.

Por tanto, para que no exista dominación, el valor de ambas carteras en t_0 debe coincidir.

La ecuación (2) permite escribir:

$$-kf\,(T,t_0) - \sum_{i=1}^{n} d_i f(t_i,t_0) \leq C\text{-}P\text{-}v \leq -kf(T,t_0) - \sum_{i=1}^{n} d_i f(t_i,t_0)$$

Es decir,

$$C\text{-}P\text{-}v \leq -kf(T,t_0) - \sum_{i=1}^{n} d_i f(t_i,t_0) \tag{3}$$

$$P\text{-}C\text{+}v \leq kf(T,t_0) + \sum_{i=1}^{n} d_i f(t_i,t_0) \tag{4}$$

Vamos a utilizar las expresiones (3) y (4) para extender la relación a las opciones americanas.

A) Opciones americanas

Proposición 1.

Si la opción de compra americana se ejerce en el período $[t_j,t_{j+1}]$, entonces, para que no exista dominación, debe verificarse:

$$C_a\text{-}P_a\text{-}v\leq\text{-}kf(t_{j+1},t_0)-\sum_{i=1}^{j}d_i f(t_i,t_0),\ \forall j\geq 1 \tag{5}$$

$$C_a\text{-}P_a\text{-}v\leq\text{-}kf(T,t_0),\ j=0 \tag{5'}$$

Demostración:

Sea la cartera:

$$CA=\{P_a\text{-}C_a+v\}$$

Esta cartera da derecho al cobro de d_i u.m. en t_i (i=1,2....j.). En t_{j+1}, cuando se ejerza la opción (5), el valor de la cartera será igual a:

(i) $CA=k+P_a$, si la opción de venta todavía no se ha ejercido,

(ii) k, en caso contrario, habiendo obtenido $k\text{-}v>0$ u.m. en el momento en que se ejerció la opción de venta.

Consideremos una segunda cartera:

$$CB=\{kf(t_{j+1},t_0)+\sum_{i=1}^{j}d_i f(t_i,t_0)\}$$

Esta cartera da derecho al cobro de k y d_i u.m. en t_{j+1} y t_i, respectivamente (i=1,2,....,j).

Es evidente que para eliminar la dominación entre activos: $CA\geq CB$. Es decir,

$$C_a\text{-}P_a\text{-}v\leq\text{-}kf(t_{j+1},t_0)-\sum_{i=1}^{j}d_i f(t_i,t_0)$$

Proposición 2

Si la opción de venta americana se ejerce en $[t_j,t_{j+1}]$ y, en el caso más desfavorable para el inversor (6) justo después del dividendo j-ésimo, entonces, para que no exista dominación, debe verificarse:

$$P_a\text{-}C_a+v\leq kf(t_j,t_0)-\sum_{i=1}^{j}d_i f(t_i,t_0),\ \forall j\geq 1 \tag{6}$$

$$P_a\text{-}C_a+v\leq k,\ j=0 \tag{6'}$$

Demostración:

Consideremos dos carteras:

$$CA=\{C_a-P_a\text{-}v\}$$

y

$$CB = \{-kf(t_j,t_0) - \sum_{i=1}^{j} d_i f(t_i,t_0)\}$$

La cartera A deberá pagar d_i u.m. en t_i, por la venta al descubierto del activo subyacente. En t_j, momento en que se ejerce la opción de venta (7) y se entrega el activo subyacente, la cartera tendrá un valor de:

(i) C_a-k si todavía no se ha ejercido la opción de compra,

(ii) -k, en caso contrario, habiendo obtenido en su momento v-k>0 u.m.

La cartera B obliga al pago de k y d_i u.m. en t_j y t_i (i=1,2,...,j), respectivamente.

Para evitar la dominación se debe cumplir: CA ≥ CB. De donde,

$$P_a - C_a + v \leq kf(t_j,t_0) + \sum_{i=1}^{j} d_i f(t_i,t_0)$$

Para eliminar cualquier situación de dominio entre activos, las proposiciones 1 y 2 deben cumplirse $\forall j$:

$$\boxed{\max_j\{Z(j)\} \leq C_a - P_a \leq \min_j\{Z(j) + X(j)(1 - f(t_{j+1},t_j))\}} \tag{7}$$

donde, para j ≥ 1:

$$Z(j) = v - k\, f(t_j,t_0) - \sum_{i=1}^{j} d_i f(t_i,t_0)$$

$$X(j) = k\, f(t_j,t_0)$$

y para j=0:

$$Z(0) = v - k$$

$$X(0) = k$$

B) Opciones europeas

Como las opciones europeas sólo pueden ejercerse en T, la expresión (7) tomará la siguiente forma:

$$v - k\, f(T,t_0) - \sum_{i=1}^{n} d_i f(t_i,t_0) \leq C - P \leq v - k\, f(T,t_0) - \sum_{i=1}^{n} d_i f(t_i,t_0)$$

de donde,

$$C - P = v - k\, f(T,t_0) - \sum_{i=1}^{n} d_i f(t_i,t_0)$$

que coincide con (2).

Para n=0,

$$C\text{-}P = v\text{-}k\ f(T,t_0)$$

que coincide con (1).

C) Las desigualdades débiles de Merton (1973) como casos particulares

Consideremos ahora la desigualdad (7) en ausencia de dividendos:

$$v\text{-}k \leq C_a\text{-}P_a \leq v\text{-}k\ f(T,t_0)$$

de donde,

$$C_a \leq P_a + v\text{-}k\ f(T,t_0) \qquad (8)$$

$$P_a \leq C_a\text{-}v+k \qquad (9)$$

desigualdades a las que llega Merton (1973 pp. 70-71 I.C.E.).

D) Sobre la política de dividendos

Hasta ahora únicamente hemos trabajado con la hipótesis de dividendos conocidos. Ciertamente esta es una consideración muy restrictiva. Vamos a avanzar un poco más extendiendo la relación de paridad sea cual sea la política discreta de dividendos de la empresa. Para ello se introduce un nuevo concepto: **el Activo Neto de Dividendos** (8) (AND).

Definición

Dado el activo A, el activo A neto de dividendos (AND(A)) es un activo (artificial) con las mismas características que el activo A al que se le ha quitado el derecho al cobro de los dividendos discretos (9) pagados en $[t_0,t]$, donde t_0 es el momento de la valoración.

Si representamos por v el valor del activo A, el valor del AND(A), v^n, será la diferencia entre v y el valor actual de los dividendos correspondientes al intervalo $[t_0,t_n]$. Por ejemplo, si consideremos la expresión (2):

$$C\text{-}P = v\text{-}kf(T,t_0) - \sum_{i=1}^{n} d_i f(t_i,t_0)$$

y se tiene:

$$v^n = v - \sum_{i=1}^{n} d_i f(t_i,t_0)$$

Obsérvese que v^n dependerá de la estructura funcional de los dividendos, y la igualdad anterior no será más que un caso particular. Si el activo A no paga dividendos: $v=v^n$.

La siguiente proposición extiende los resultados expresados en las proposiciones 1 y 2 al activo neto de dividendos.

Proposición 3

$\forall v^n$ se cumplen las proposiciones 1 y 2.

Demostración

(i) *Proposición 1:*

Construyamos dos carteras:

$$CA = \{C_a - P_a\}$$

y

$$CB = \{v^j - k\, f(t_{j+1},t_0)\}$$

La cartera B está formada por la compra del activo v, renunciando al pago de los dividendos en $[t_0,t_j]$, y un préstamo de cuantía $kf(t_{j+1},t_0)$ con obligación de devolver k u.m. en t_{j+1}.

a) Si la opción de venta se ejerció antes de t_{j+1}.

En este caso, en la fecha de ejercicio recibimos v a un precio k ($v-k<0$). En t_{j+1}, momento en que se ejerce la opción de compra, la cartera A vale v-k.

En t_{j+1}, la cartera B vale v-k; y entre t_0 y t_{j+1} no produce flujo alguno.

Para evitar la dominación, en t_0 $CA \leq CB$.

b) Si todavía no se ha ejercido la opción de venta.

En t_{j+1} tenemos:

Por tanto, en t_0 también tienen que mantenerse las desigualdades: $CA \leq CB$.

(ii) *Proposición 2:*

Sean:

$$CA = \{C_a - P_a\}$$

y

$$CB = \{v^j - k\, f(t_j,t_0)\}$$

a) Si la opción de compra se ejerció antes de t_j, obtuvimos $v-k>0$. En t_j, los valores de las carteras serán

$$CA = CB = v-k$$

Luego en t_0, $CA \geq CB$.

b) Si la opción de compra todavía no se ha ejercido en tj, el valor de las carteras en ese instante será

$$CA = v\text{-}k\text{-}C_a \geq v\text{-}k = CB$$

y, en consecuencia, en t_0 $CA \geq CB$.

En general, la expresión (7) tomará la forma siguiente:

$$\boxed{\max_j\{v^j\text{-}k\ f(t_j,t_0)\} \leq C_a\text{-}P_a\ \min_j\{v^j\text{-}k\ f(t_{j+1},t_0)\}} \qquad (10)$$

con $v^0 = v$, $j=1,2,...,n$.

Dos ejemplos: política constante y política proporcional

En este apartado concretaremos las cotas deducidas para la diferencia de valores entre opciones de compra y venta americanas para los ejemplos enunciados. Nuestro propósito requiere explicitar la forma analítica del activo neto de dividendos, v^n, cuando se consideran políticas proporcionales y constantes. Obsérvese que éstas pueden obtenerse como casos particulares de una política lineal. En efecto, si

$$D_k = p_k v_{\bar{k}} + d_k \qquad (11)$$

siendo p_k y d_k dos parámetros que pueden depender del tiempo, para $d_k=0\ \forall\ k$ se tendría una política proporcional $D_k=p_k\ v_{k^-}$. Para $p_k=0\ \forall\ k$ y $d_k=d$ constante se tiene $D_k=d$.

Para concretar la expresión de v^n bajo una política lineal como la descrita en la expresión (11) nos serviremos de un resultado de Kim (1987 p. 53).

Proposición 4

Si $D_k= p_k\ v_{k^-} + d_k$, entonces,

$$v^n = \prod_{k=1}^{n} (1\text{-}p_k)\ v - \sum_{k=1}^{n} d_k\ f(t_k,t_0) \prod_{j=0}^{n-k} (1\text{-}p_j)$$

con $p_0=0$.

Obsérvese que para $p_k=p$ y $d_k=d$ constantes, el valor del activo neto se expresaría:

$$v^n = (1\text{-}p)^n\ v - \sum_{k=1}^{n} (1\text{-}p)^{n-k} d\ f(t_k,t_0) \qquad (12)$$

De la expresión (10) sabemos que:

$$\max_j\{v^j\text{-}k\ f(t_j,t_0)\} \leq C_a\text{-}P_a \leq \min_j\{v^j\text{-}k\ f(t_{j+1},t_0)\}$$

Definamos:

$$z(j) = v^{j}-kf(t_j,t_0)$$

$$Y(j) = Z(j)+X(j)\ [1-f(t_{j+1},t_j)]$$

con

$$X(j) = kf(t_j,t_0)$$

La determinación del máximo de Z(j) y el mínimo de Y(j) requiere hacer algunas hipótesis para poder explicitar la función f.

Hipótesis:

H.1) El tipo de interés sin riesgo a corto plazo es constante e igual a r.

H.2) Las fechas de pago de los dividendos están equidistribuidas: t_i - t_{i-1} =τ constante $\forall$ i=1,...,n+1 donde t_i representa la fecha de pago del dividendo i-ésimo ($i \neq n+1$), y t_{n+1} la fecha de vencimiento de la opción.

H.3) La política de dividendos es una función lineal del valor de mercado de la empresa del tipo: $D_j = p\, v_j^{-} + d$ con p y d constantes conocidas, $p \in [0,1)$.

De (H.1) y (H.2) se deduce que: $f(t_i, t_0)=e^{-ir\tau}$.

Bajo estas hipótesis las funciones Z(j) y Y(j) vendrán expresadas por:

$$Z(j) = v(1-p)^{j} -d\left(\frac{(1-p)^{j}}{(1-p)e^{r\tau}-1}\right)-e^{jr\tau}\left(k-\frac{d}{(1-p)e^{r\tau}-1}\right)$$

$$Y(j) = v(1-p)^{j} -d\left(\frac{(1-p)^{j}-e^{-jr\tau}}{(1-p)e^{r\tau}-1}\right)-ke^{-(1+j)r\tau}$$

A) Política de dividendos constante

Si tomamos D_j=d ($\Rightarrow$ p=0) constante $\forall$ i:

$$Z(j) = v-\frac{d}{e^{r\tau}-1}-e^{jr\tau}\left(k-\frac{d}{e^{r\tau}-1}\right)$$

$$Y(j) = v-d\left(\frac{1-e^{jr\tau}}{e^{r\tau}-1}\right)-ke^{-(1+j)r\tau}$$

Crecimiento y decrecimiento de Z(j) y X(j)

Derivando obtenemos:

$$Z'(j) = \left(k-\frac{d}{e^{r\tau}-1}\right)-e^{jr\tau}r\tau$$

$$Y'(j) = \frac{r\tau e^{-jr\tau}}{e^{r\tau}-1}\,[k(1-e^{-r\tau})-d]$$

Estudio del signo de las derivadas:

(i) $Z'(j) \geq 0$ si y sólo si $k \geq d / (e^{r\tau}-1)$.

(ii) $Z'(j) < 0$ si y sólo si $k < d / (e^{r\tau}-1)$.

(iii) $Y'(j) \geq 0$ si y sólo si $k \geq (d\, e^{r\tau}) / (e^{r\tau}-1)$.

(iv) $Y'(j) < 0$ si y sólo si $k < (d\, e^{r\tau}) / (e^{r\tau}-1)$.

Casos posibles:

a) Si $k \geq (d\, e^{r\tau}) / (e^{r\tau}-1)$ la opción de compra americana no se ejercerá anticipadamente (10). Además, Z(j) es creciente; por tanto:

$$Z(n) \leq C_a - P_a \leq Y(n)$$

b) Si $k < d / (e^{r\tau}-1)$, entonces, Z(j) y Y(j) son decrecientes; en consecuencia:

$$Z(1) \leq C_a - P_a \leq Y(n)$$

c) Si $k \in (d / (e^{r\tau}-1),\ (d\, e^{r\tau}) / (e^{r\tau}-1))$, entonces, Z(j) es creciente y Y(j) decreciente; de donde:

$$Z(n) \leq C_a - P_a \leq Y(n)$$

d) Si $k = d / (e^{r\tau}-1)$, entonces, Z(j) es una función constante y Y(j) es decreciente; por tanto, podemos tomar j=n en ambos casos:

$$Z(n) \leq C_a - P_a \leq Y(n)$$

B) Política de dividendos proporcional

Si $D_j = p\, v_j^-$ con $p \in [0,1)$ constante, entonces:

$$Z(j) = v(1-p)^j - ke^{jr\tau}$$

$$Y(j) = v(1-p)^j + ke^{-(1+j)r\tau}$$

Crecimiento y decrecimiento de Z(j) y X(j)

Derivando obtenemos:

$$Z'(j) = v(1-p)^j \ln(1-p) - kr\tau e^{jr\tau}$$

$$Y'(j) = v(1-p)^j \ln(1-p) - kr\tau e^{-(1+j)r\tau}$$

Estudiemos el signo de las derivadas:

(i) $Z'(j) \geq 0$ si y sólo si $k \leq (v\,(1-p)^{j}\,\ln(1-p)) / (r\,\tau\,e^{j r \tau}) < 0$ ya que $\ln(1-p) < 0$. Por tanto, $Z'(j) < 0$ siempre ya que $k \geq 0$.

(ii) $Y'(j) \geq 0$ si y sólo si $k \leq (-\,v\,(1-p)^{j}\,\ln(1-p)) / (r\,\tau\,e^{-(1+j) r \tau}) = k_1 > 0$. Por tanto, $Y'(j) < 0$ si y sólo si $k < k_1$.

Casos posibles:

a) Si $k \geq k_1$, entonces, $Z(j)$ es decreciente y $Y(j)$ creciente. Por tanto:

$$Z(1) \leq C_a - P_a \leq Y(1)$$

b) Si $k < k_1$, entonces, $Z(j)$ y $Y(j)$ son ambas decrecientes. Por tanto:

$$Z(1) \leq C_a - P_a \leq Y(n)$$

CONCLUSIONES

En un marco de valoración por arbitraje podemos distinguir dos niveles de análisis: uno en que el objetivo es derivar el precio de un activo en función del precio de otros, formulando hipótesis acerca de la rentabilidad de los activos subyacentes; en un segundo nivel, en donde se enmarca el trabajo, la finalidad es comparar precios (o rendimientos) de dos o más activos sin hacer supuestos distribucionales. Si bien aquí los resultados son más imprecisos en cuanto que únicamente podemos establecer relaciones de dominio (o de desigualdad) entre los precios de los activos, el intervalo que proporciona este enfoque es válido como regla de valoración.

La expresión (10) deducida incluye como casos particulares la relación de paridad y las desigualdades débiles de Merton (1973), extendiendo este resultado a las opciones americanas bajo cualquier política discreta de dividendos. Para ello ha sido necesaria la consideración del activo neto de dividendos, concepto introducido por Kim (1987) y cuya especificación para el caso de políticas lineales (proposición 4) nos ha permitido concretar, bajo ciertas hipótesis, los extremos del intervalo en que debe moverse, como condición necesaria para evitar cualquier posibilidad de arbitraje, la diferencia entre los valores de opciones de compra y de venta americanas cuando la empresa emisora de la acción subyacente practica una política de dividendos constante o proporcional respecto al valor de la acción.

Evidentemente, los resultados obtenidos deben contemplarse dentro del marco teórico en el que han sido deducidos; por tanto, una extensión natural del trabajo consistiría en relajar las hipótesis formuladas. En este sentido quizá sería interesante tener en cuenta las condiciones reales de arbitraje, es decir, los costes de transacción y las condiciones efectivas de compra y venta al descubierto.

NOTAS

(1) Es decir, individuos que prefieren «más a menos» o, de forma equivalente, con funciones de utilidad crecientes.

(2) O entre opciones protegidas frente a dichos pagos.

(3) Existen distintos órdenes de dominación estocástica; aquí nos referimos a Dominación Estocástica de Primer Orden, es decir, suponemos individuos no saciables.
Merton (1973 pp. 53-54 ICE) la define del siguiente modo: «El título (cartera) A domina al título (cartera) B si en alguna fecha conocida del futuro, la rentabilidad de A supera a la de B en alguna situación posible y es por lo menos tan grande como la de B en todas ellas....»

(4) Utilizando la definición de Dybvig y Ross (New Palgrave, 1988, Dybvig y Ross, p. 100): «Una oportunidad de arbitraje es una estrategia de inversión que garantiza un flujo de caja positivo en alguna circunstancia sin posibilidades de flujos de caja negativos y con inversión neta nula...»

(5) En el «teorema 2» de Merton (1973 p. 55 ICE) se demuestra que en ausencia de dividendos una opción de compra americana vale más «viva» que «muerta», por tanto, la opción, si se ejerce, lo hará justo antes del pago del dividendo j+1-ésimo, es decir, en t_{j+1} -. Para simplificar la notación utilizamos t_{j+1} en lugar de t_{j+1}^-; además, a efectos de cálculo ambos valores son equivalentes.

(6) Sea $P_a(t_\tau)$ el valor de una opción de venta americana que suponemos se ejercerá en $t_\tau \in (t_j, t_{j+1}]$. Consideremos dos carteras:CA={ $P_a(t_\tau)$+v} y CB={$P_a(t_j)$+v}. Es claro que CA $\leq$ CB ya que con la cartera CB obtenemos k u.m en t_j, mientras que con la cartera CA se harán efectivas en un momento posterior t_τ; por tanto, $P_a(t_\tau)-C_a+v \leq P_a(t_j)-C_a+v$.

(7) En realidad la opción se ejercerá en t_j^+. Para no cargar más la notación y puesto que a efectos de cálculo t_j equivale a t_j^+, usaremos t_j en lugar de t_j^+.

(8) El concepto de activo neto de dividendos fue utilizado por Kim (1987) para demostrar la inconsistencia interna del modelo de valoración de opciones de compra europeas de Merton (1973).

(9) La idea de activo neto de dividendos también es utilizable cuando el activo realiza pagos continuos en el tiempo.

(10) En Llerena (1996 pp.55-57) se demuestra que esta desigualdad es una condición suficiente de no ejercicio anticipado de la opción de compra americana.

BIBLIOGRAFÍA

AUGROS, J.C., (1985) Finance. Options et obligations convertibles, París, ed. Economica.

KIM. I.J., (1987) Essays on the valuation of contingent claims, Tesis Doctoral, Columbia University.

LLERENA, F., (1994) Generalización de la Put-Call parity (Comunicación presentada en el III Congreso Internacional AEDEM, Bucarest, 1994)

LLERENA, F., (1996) Estudio crítico de la modelización del valor de las opciones de compra. Aplicaciones, Tesis Doctoral, Universitat Rovira i Virgili.

MERTON, R.C., (1973) Theory of rational option pricing, Bell Journal of Economics and Management Science, pp. 141-183. Traducido en Cuadernos Económicos del ICE, 1986/1, pp. 51-95.

NEW PALGRAVE, THE., (1988) A dictionary of economics, Londres, The Mac-Millan Press Limited.